II −13

自己相関からみた河川流出量の性格について

京都大学防災研究所　正員　○長尾正志

水資源開発公団　正員　瀬古育二

1. 概説　近年各地に多目的ダムが建造され，洪水防御や水資源確保を目的とした貯水池操作の合理化が重要な問題となりつつある。その場合，普通，流量時系列に内在する確率ないし統計的性格を把握して将来の予測に当てようとする手法がとられることが多いが，そのためには流量の自己相関性の扱いが主要な問題点となる。一般に特定地点においてある時間間隔はなれた流量の間で，間隔が大きくなれば独立性が強くなる傾向がみられる。そこで，ある一定の期間内の総流量を標本とし，ランダム事象とした理論モデル化が考えられているが，どの程度の期間を採用してよいかという点は不明な面が多い。本研究は，流量のコレログラムに基づいて，自己相関性の限界を線型予測理論を応用して求めるとともに，相関限界と流域特性との対応について考察し実河川への検討を試みたものである。

2. 日流出量のコレログラム　河川流量のコレログラムは，年間を通してみれば，経年的な周期ないし傾向変動を無視すれば，定常時系列とみなし得る。いま，日流量時系列を $X(t)$，平均および標準偏差を $\bar{X}$ および s（したがって規準化変量は $x(t)=(X(t)-\bar{X})/s$）と記すと，間隔 τ の自己相関係数は次式で与えられる。ただし n は標本数である。

$$\varphi(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,x(t+\tau)\,dt=\frac{1}{ns^2}\sum_{i=1}^{n}\{X(t_i)-\bar{X}\}\{X(t_i+\tau)-\bar{X}\}\quad\cdots(1)$$

そこで，各地の河川最上流部に位置する13コの多目的ダムの34～37年の日平均流量記録を用いて上式で $\varphi(\tau)$ を求めた。解析の便宜上，1年毎に計算を行ない4年間の平均値をもって標本期間に対する代表値とした。図-1がその例で，(a) は木屋川ダム，(b) は宮川ダムに対する値である。

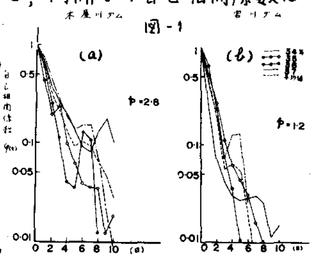


図-1

他の計算結果でも同様であるが，年毎にかなりばらつくが，τ が3日～1週間の間は，φ はほぼ単調に減少し，それ以上 τ が増すと不規則に変動し一般的な傾向は見出し難い。また，その低減の模様は図で示されるようにほぼ指数関数的に減少し，その低減係数は流域毎に固有であり年毎に大差がないようである。ただし東北地方の4河川（石渕，花山，荒沢，鎧畑ダム）では，コレログラムが極端に異なっており，低減は極めて緩やかである。この相違の主な原因は融雪流出の影響と考え，流量時間曲線の融雪流出期間（主として3月下旬～5月下旬）とそれ以外の期間に対するコレログラムを比較した。その例が図-2 (a), (b) で，融雪期には年毎に変動が大きくかつ強い自己相関性が長く保持され，これが相違の原因となっていることは明らかであろう。以後，東北の4河川は除いて議論している。

したがって，河川の日平均流量の自己相関係数はほぼ次式で表わされる。　$\varphi(\tau)=\exp\{-\alpha|\tau|\}$　（α：正の定数）　$\cdots\cdots$ (2)

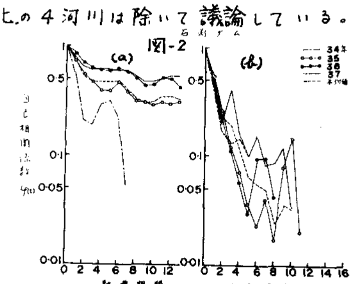


図-2

3. 河川流量の自己相関性の限界

この自己相関性の限界は，決定論的に予測可能な限界として，Wiener の線型予測の手法を応用して求めることができる。線型予測とは，過去のある時点 $t-\tau$（$\tau\geq 0$）の値 $x(t-\tau)$ を知って p 時間後の将来値 $x(t+p)$（$p>0$）を推定する場合に，$x(t+p)$ をとくに $\int_0^\infty x(t-\tau)\,dK(\tau)$ によって最も良好に

近似させるように積分方程式の核 $K(\tau)$ の形を決定することであるが，ここで最も'良好な'という意味は最小二乗的な意味である。結論のみを記すと，このような予測に伴なう二乗誤差 σ^2 は次式で与えられる。 $\sigma^2(K)=\int_0^\infty|\psi(t)|^2dt$ ， $\psi(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}exp(i\lambda t)\Psi(\lambda)d\lambda$ (3)

ここに $\Psi(\lambda)\overline{\Psi(\lambda)}=\int_{-\infty}^{\infty}exp(-i\lambda t)\,\varphi(t)\,dt$ （ $\overline{\Psi(\lambda)}$ は $\Psi(\lambda)$ の共役複素数） (4)

$\varphi(\tau)$ が (2) 式で与えられる場合，(3)，(4) 式より次式が得られる。 $\sigma^2=1-exp(-2\alpha p)$ (5)

さて，予測結果が有意義であるためには，予測誤差 σ がある許容誤差 σ_a 以下でなければならない。この条件を (5) 式に用いれば，有意な予測期間の限界は次式で与えられる。 $p_a=-(1/2\alpha)\log_e(1-\sigma_a^2)$ (6)

ところで，σ_a としていくらを用いるかは目的，用途によって異なるであろうが，いまの場合，二乗誤差に着目し，$\sigma_a^2=0.9$ ，したがって $\sigma_a\fallingdotseq 0.95$ を基準として採用する。したがって，(6)式はつぎのようになる。 $p_a=(\log_e 2)/2\alpha\fallingdotseq 0.347/\alpha$ (7)

そこで，実測のコレログラムから求めた低減係数 α を用いて，(7)式で p_a を算定した結果，採用した基準に対して，ほぼ1～4日も経てば相関は無くなるといえる。（図-3，4 参照）

4. 日流量のコレログラムに影響する要因

いま，時刻 t の規準化流量 $x(t)$ が，それ以後の時点 $t+\tau$ $(\tau>0)$ における流量 $x(t+\tau)$ に及ぼす無降雨時の影響を間隔 τ のみの関数 $k(\tau)$ で表わされるとすれば，次式が成立する。なお，式中の $\varepsilon(t,t+\tau)$ は期間 t，$t+\tau$ での規準化された流量の増加分を意味する。 $x(t+\tau)=k(\tau)\cdot x(t)+\varepsilon(t,t+\tau)$ (8)

(8)式を(1)式に代入すれば，次式が得られる。 $\varphi(\tau)=k(\tau)+\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,\varepsilon(t,t+\tau)\,dt$ (9)

ここに，$k(\tau)$ は無降雨時の流量の変化特性，いわゆる減水特性を表わす関数であるから，(9)式は，流量の自己相関係数は，流量の減水特性と，初期流量と流量増加分との相互相関係数とを加えたものであることを意味している。ところで，流量増加分は第一義的にはほぼ降雨量に比例すると考えられるので，規準化された日雨量 $r(t)$ を用いて， $\varepsilon(t,t+\tau)\propto\sum_{\tau_i=1}^{\tau}r(t+\tau_i)$ が成立つといえる。したがって，(9)式の右辺第2項は， $\sum_{\tau_i=1}^{\tau}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,r(t+\tau_i)\,dt=\sum_{\tau_i=1}^{\tau}\xi(\tau_i)$ に比例することなるが，$\xi(\tau_i)$ は $x(t)$ と $r(t)$ との相互相関係数を意味し，$\tau_i>0$ では一般に無視し得るオーダーである。よって，(9)式の右辺は省略できることになるから，結局， $\varphi(\tau)\fallingdotseq k(\tau)$ (10)

と表わすことができる。ところで，$k(\tau)$ は（このような関数が存在するためには実際には指数関数しかないが）一般に流域の地形・地質などの特性に関係しているといわれている。したがって，上記のコレログラムに及ぼす降雨の影響は少なく，主として流域特性にのみ関係すると推定できる。そこで，3.で求めた相関限界の期間と，1/50,000 の地形図に基づいた流域面積，斜面長，斜面勾配などの地形解析の結果との対応を試みたのであるが，解析の結果では，図-3，4 に示したような流域面積，および平均斜面長（＝全面積／全河道長）との正の相関がほぼ認められるようで，他の地形要素との明確な関係は見出し難いようである。

以上の結果を総合して考察すると，上記日流量のコレログラムの特性には，地形要素の外に地被・地質などの要素の及ぼす影響もかなり大きいことがうかがわれる。

図-3

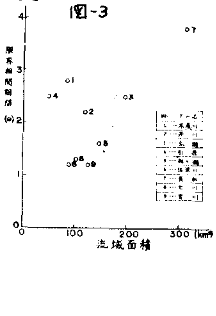
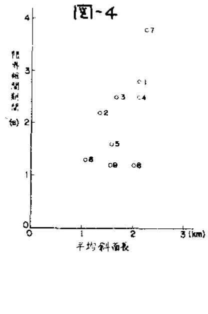


図-4



3.の参考文献，長尾正志「びわ湖流入量の経年変化について」京大防災研年報第7号，pp. 258～259，昭39.3.