II－7

降水と流量の長期的相互関係に関する研究

京都大学工学部　正員　工博　石原藤次郎
京都大学工学部　正員　工修　高棹琢馬
京都大学大学院　学生員　○池渕周一

1．はしがき

降水から流量への日単位以上の時間的スケールにおける変換特性は利水計画上重要である。本研究では降水，流量を時系列的にとらえ、自己相関，相互相関，平均２乗誤差を算出し，流出の時間おくれ、ひずみなどを考察するとともに長期間の流況を支配するものは中間流出、地下水流出であると考え、流域変換系を定常線型系と仮定し、降水，流量の最適応答関数を時間的、面積的に考察し、流況の長期的予測をはかろうとしたものである。

2．相関係数と最適応答関数

２種の系列がどのくらい一致しているか、つまりどの程度に相関性があるかを表わすのに相関係数がある，いま降水系列を$R(i)$，流量系列を$Q(i)$とし、両者の間の平均２乗誤差

$$\overline{\Delta e^2}=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}\{R(i)-Q(i)\}^2$$
$$=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}\{R(i)\}^2+\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}\{Q(i)\}^2-2\cdot\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}R(i)Q(i) \tag{1}$$

を考える。系列の相関のみを考えるときは、各系列のパワーがすべて１に等しくなるように，系列の振幅を正規化しておくから(1)式は

$$\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}R(i)\cdot Q(i)=1-(\overline{\Delta e^2}/2) \tag{2}$$

となる。これを両系列の相関係数とよぶ。$R(i)$と$R(i+\tau)$の相関係数

$$\varphi_{11}(\tau)=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}R(i)\cdot R(i+\tau) \tag{3}$$

は自己相関係数とよばれ，系列のランダムネス，周期性の尺度である。つぎに異なる系列$R(i)$と$Q(i)$の場合

$$\varphi_{12}(\tau)=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}R(i)\cdot Q(i+\tau) \tag{4}$$

を考え，これを$R(i)$の$Q(i)$に対する時差相互相関係数とよぶ。一般に降水はある時間だけ遅れて流量となるが、このとき$\varphi_{12}(\tau)$の値はあるτの付近でとくに大きくなる。この$\varphi_{12}(\tau)$を最大にする$\tau=\tau_{om}$をこの流域の等価遅延時間といい、また(2)式からそのときの最大相関値$\varphi_m=\varphi_{12}(\tau_{om})$を用いて

$$\sqrt{\overline{\Delta e^2}}=\sqrt{2(1-\varphi_m)} \tag{5}$$

となる。この関係を用いて降水から流量へのひずみが評価できる。

つぎに長期的な流況を支配するものが中間流出，地下水流出であると考えると，流域変換系は定常線型系と仮定できる。降水系列がこの変換系を通ってどのような流量系列になるかということは線型変換系の問題として取り扱える。実際の変換系を通ってでてきた観測流量$Q(i)$と線型変換系を通ってでてくる予測流量$Q^*(i)$は一般に異なる。しかし何らかの測度に対して$Q(i)$と$Q^*(i)$の差を最小にするような線型変換系の最適応答関数$h(k)$を求めることは可能である。この測度として平均２乗誤差を採用し、その最小化により$h(k)$を求める。

$$F=\sum_{i=0}^{m}[Q(i)-Q^*(i)]^2\longrightarrow minimum \tag{6}$$

$$Q^*(i)=\sum_{K=0}^{m} h(K)\cdot R(i-K) \tag{7}$$

ただし　n：考察期間　　m：降水が流量に影響をおよぼす日数，実際には30日

$$d(i)=Q(i)-\sum_{K=0}^{m} h(K)\cdot R(i-K) \tag{8}$$

とおくと Lagrange 変分法より

$$\frac{\partial}{\partial h(j)}\sum_{i=0}^{n} d^2(i)=0 \qquad j=0,1,\cdots\cdots m \tag{9}$$

これを展開すると

$$\varphi_{12}(j)=\sum_{K=0}^{m} h(K)\cdot\varphi_{11}(j-K) \tag{10}$$

が得られる。これは Wiener-Hopf Equation とよばれるもので，これを解くことにより $h(K)$ が求められる。$\varphi_{11}(j)$，$\varphi_{12}(j)$ は前述した降水の自己相関係数，降水と流量の相互相関係数である。(10)式は $\varphi_{11}(j)$ を係数とし $\varphi_{12}(j)$ を定数とした m 元連立一次方程式である。なお計算にあたってはKDC－IIによった。

3．由良川流域への適用と考察

面積的スケールとして荒倉（150km²），角（556），福知山（1157）の3流域を考え、時間的スケールとしては年単位，季節単位（冬；12～2月，春；3～5月，夏；6～8月，秋；9～11月）を考える。資料については29，30，31年の日降水量，日流量を採用した。また由良川流域の従来の研究[1]よりA層貯留量が120mmであるので，120mm/dayで表面流出が生起すると考え，水平分離により表面流出をとりのぞいた。

図－1は荒倉における29年の降水の自己相関係数 $\varphi_{11}(\tau)$ を示したものである。各季節において $\tau\geq 1$ で $\varphi_{11}(\tau)$ の値は非常に小さく，日降水系列は周期的成分を含まないランダムな現象と考えられる。ただ冬においては降水は雪であり若干の継続性がみられ，春においても若干の周期性がみとめられるが顕著な特性ではない。年の $\varphi_{11}(\tau)$ と夏，秋のそれがよく類似しており，年間を通じては夏，秋の降水系態が支配的であると思われる。他の流域においても $\varphi_{11}(\tau)$ はほとんどかわらず，この程度の流域面積間では降水の地域的分布に大きな違いがないことを示している。また各年についても同様のことがいえる。以上の結果より日単位の降水現象は1年を周期としており，1年間で考察するかぎりその季節的分布に多少の違いはあっても定常ランダム現象と考えてよい。

つぎに流量の自己相関係数を降水同様もとめた。(図-2) 降水のそれよりも低減がゆるやかで流域の貯留効果を実証するものである。その効果は一般に流域面積が大きくなるにつれて大きくなり流出が長びくものと考えられる。しかしこの程度の流域面積間では大きな違いはない。いずれにしても流域には貯留効果があり，これが流量系列にマルコフ性が現われる理由と考えられる。

図－3は時差相互相関係数を示したものである。各流域ともほぼ同じでこの程度の流域面積間では流出形態の違いは認められない。ただ冬の場合，流域面積が大きくなるにつれて τ_{0m} の値が小さくなっている。これは下流域へいくほど融雪流出だけでなく降雨流出も含まれてくるからであろう。季節でみると夏，秋と冬，春で非常に異なっている。すなわち前者では $\tau=1$ 日以内で降水の大部分は流出するのに後者は流出が長期的である。これは冬の降水は雪であり，流域に雪層の状態で存在し，また地下に浸透して貯留される。春になると気温の上昇とともに降雨もあるが，まだ雪層に吸収される割合が大きく融雪流出となり，流出が長びくものと考えられる。一方夏は流域が春以来湿潤であるうえに梅雨のような雨期があり，また秋は夏の乾燥で幾分降雨も吸収されるが台風による豪雨は大部分

表面流出として1日以内に流出してしまう。年単位と夏，秋が類似しているが年間を通じては降雨による流出が卓越しており1日以内に流出してしまう。

図－4は流域面積とひずみの関係を示したものである。(5)式で与えられるようにひずみはφ_mの関数である。ひずみが大きいとφ_mの値が小さく$\varphi_{12}(\tau)$の形は偏平となり降水から流量への流出現象における対応関係が弱く，流出がゆるやかである。これは現象のあいまいさとも関連する。ひずみが小さいとφ_mの値が大きく$\varphi_{12}(\tau)$は尖鋭となりその対応が強く，流出が急である。一般に流域面積が大きくなるにつれて現象はあいまいとなりひずみは大きくなると思われるがその傾向は顕著でない。季節別にみるとひずみは冬，春で流域面積が大きくなるにつれて減小し，夏，秋では増加している。値そのものも冬，春の方が大きい。したがって降雨による流出は融雪によるそれよりもひずみが小さく，降雨流出は流域面積が大きくなるにつれて，その対応関係が弱くひずみが増大すると考えられる。また降水の規模，分布、継続時間および下流域での人工的取水もひずみを変化させる因子と考えられる。

図－5は荒倉，角，福知山における3ケ年の$h(\tau)$を示したものである。冬においては各流域とも年ごとに$h(\tau)$は非常に異なり，流出が非線型現象を呈している。これは冬の降水は雪であり流域に積雪の形で貯留され，それが気温の上昇，時たま降る雨により流出するからであろう。流域面積が大きくなるにつれて融雪流出のほかに降雨流出が卓越してくるので線型現象に近くなってくる。春においては31年をのぞくとよく一致しており31年は融雪洪水的な非線型現象があったと思われる。したがってこうした現象さえなければこの季節においても十分線型性がなりたつであろう。流出は長期的で流域面積が大きくなるにつれて、融雪流出の影響が小さくなって降雨流出の特徴である急激な流出形態に近ずくようである。夏においては各流域とも$\tau=1$をのぞくと$h(\tau)$はよく一致しており線型性が十分になりたつ。$\tau=1$での値の大小は表面流出が十分のぞかれておらずしかも中間流出も準線型現象を呈し、これらが計算過程に2乗のorderで影響を与えたものと思われる。したがってこうした成分がのぞかれれば降雨流出の形態をとる夏においては線型性が妥当である。秋においても夏と同様$\tau=1$をのぞいてよく一致している，この季節は台風による豪雨が特徴で台風が来襲するかしないかで流出形態が異なりしかもそれらは大部分表面流出としての性格をもつからであろう。荒倉と福知山の$h(1)$の大小は上流域ほど降水の流量への影響が強いからであろう。年の$h(\tau)$は各季節での平均的なものを示しており、その変化が夏，秋によく似ていることは年間を通じての流出現象がこれらの季節の降雨流出が支配的であることを示している。以上各季節について$h(\tau)$を考察したが融雪流出は非線型現象，降雨流出は線型現象と考えてよく表面流出をのぞけばこのようにして求めた最適応答関数によって日単位の長期的流況予測が可能である。このことはつぎの図－6の観測流量と予測流量の一致性からも明らかであり、冬，春ではあまり一致しないが夏，秋では大出水をのぞいてよく一致している。各季節の$h(\tau)$の方が年の$h(\tau)$による値よりもよく一致しており系の非定常性が考えられる。いずれにしても融雪流出をのぞいて降雨流出に関しては大出水以外はこうした最適応答関数によって日単位の長期的流況予測が可能であり，この予測流量に洪水流出量を加えることにより降水系列から流量系列の予測ができる。さらにこうした方法は欠足流量の補充などにも適用されるものと思われる。

参考文献

石原藤次郎、石原安雄，高棹琢馬，頼千元；"由良川の出水特性に関する研究"，京都大学防災研究所年報

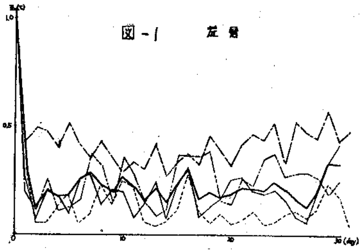
図-1 荒倉
(day)

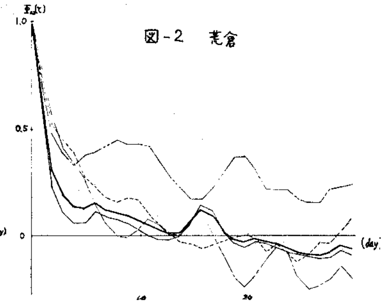
図-2 荒倉
(day)

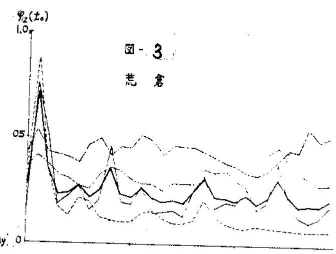
図-3
荒倉

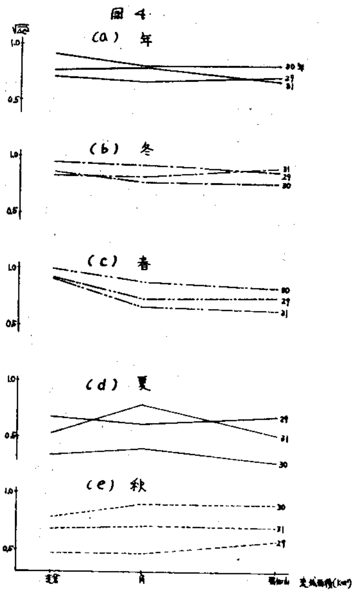
図4
(a) 年
(b) 冬
(c) 春
(d) 夏
(e) 秋
30年
29
31
角

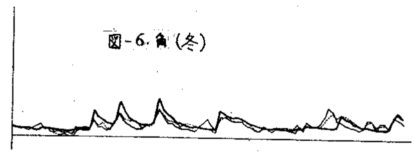
図-6 角(冬)

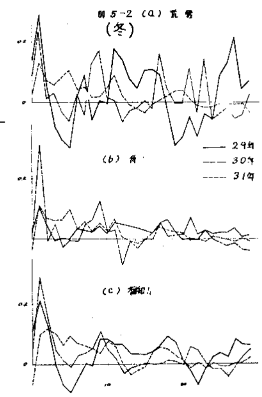
図5-2 (a)
(冬)
(b) 角
(c)
29年
30年
31年

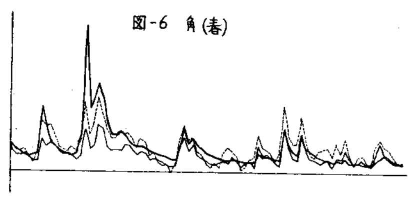
図-6 角(春)

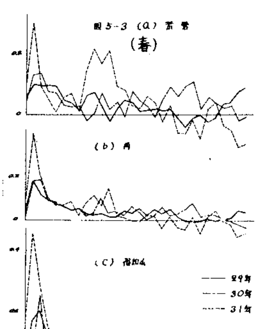
図5-3 (a)
(春)
(b) 角
(c)
29年
30年
31年

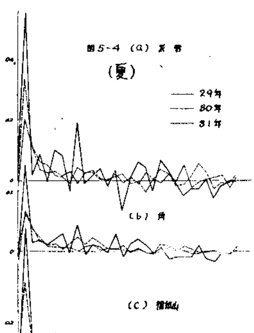
図5-4 (a)
(夏)
29年
30年
31年
(b) 角
(c)

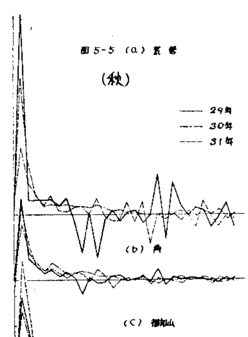
図5-5 (a)
(秋)
29年
30年
31年
(b) 角
(c)

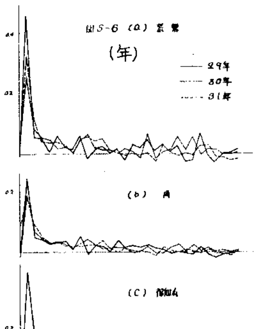
図5-6 (a)
(年)
29年
30年
31年
(b) 角
(c)

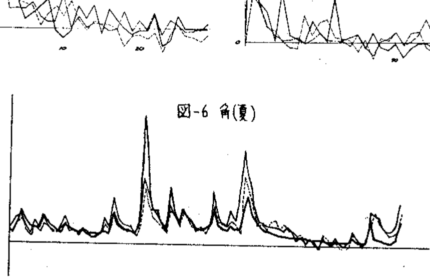
図-6 角(夏)

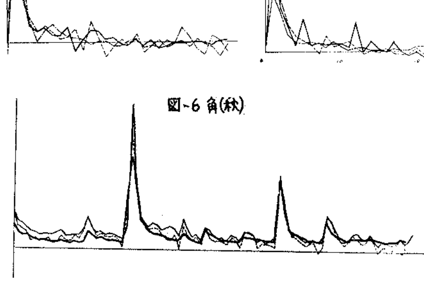
図-6 角(秋)