II－6　　# 最大流量に及ぼす河道配列の効果

京都大学　工学部　正員　石原藤次郎
京都大学　工学部　正員　○高棹琢馬

1. 目的　洪水流出機構の解明は，降雨 r から流量 Q への変換オペレータ $T(r,Q)$ を求めることと同等である。しかし，$T(r,Q)$ の構造の複雑さのために，今日においてもすっきりした洪水流出理論は生まれていない。$T(r,Q)$ 推定の困難な要因は多いが，大別すれば，a) 流出の非線型性，および b) 流下経路の複雑さによる。流出の非線型性については，われわれはすでにかなり明らかにしているが，後者の問題については不明の点が多い。この点についても，若干の考察を行なってきているが，別項"河域地形の統計"に述べたように，河道配列の統計的構造について，かなりの成果を得たので，これにもとづいて，河域地形のパラメータを組みこんだ最大流量の表現方法について報告する。

2. ピーク流量の合致事象と合致率，位数 $U-1$ (O_{u-1}) の枝（河道）が n 本入っている O_u のノード内のピークの合致事象あるいは過程について考える。O_{u-1} の枝から流入したピーク流量はノード内で合成されるが，その合成の程度を表わすパラメータとして，ピークの合致率 P を考えよう。P はノード内合流点間隔 l の関数と考えられるから，

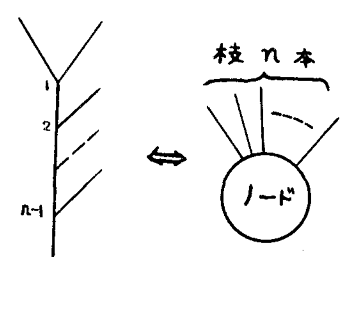
$$P = e^{-\alpha l} \quad , \quad \alpha > 0 \qquad (1)$$

と仮定する。ここに，l は合流点間隔で，同一位数のノード内ではほぼ一定値であり，α は降雨形状あるいは流速などの関数であるが，これも同一位数のノード内では定数とする。

O_u のノード内の合流点に上流から順に $1, 2, \cdots n-1$ と番号をつける。枝 i と j からのピークが合致する事象を C_{ij} と表わすと，合致率の定義から

$$P_{ij} = P_{u-1}^{\,j-i} \quad (j = i+1,\ i+2,\ \cdots\ (n-2))$$

ここに，P_{u-1} は O_u のノード内の隣接枝間のピーク合致率である。



さて，右図に示したトポロジーモデルを用いて，$n=4$ の場合の合致事象について考えよう。この場合，可能な事象は

$S_1 = (C_{12},\ C_{23},\ C_{13})$

$S_2 = (C_{12},\ \tilde{C}_{23},\ \tilde{C}_{13})$　　$S_3 = (\tilde{C}_{12},\ C_{23},\ \tilde{C}_{13})$　　$S_4 = (\tilde{C}_{12},\ \tilde{C}_{23},\ C_{13})$

$S_5 = (\tilde{C}_{12},\ \tilde{C}_{23}\ \tilde{C}_{13})$ の5通りがある。C_{12} と C_{23} は独立であり，C_{13} は S_4 と S_5 に対してのみ独立である。$S_1, S_2 \cdots S_5$ は排反事象であるから，各事象の生起確率は，それぞれつぎのようになる。

$P(S_1) = P_{12}P_{23} = P_{u-1}^2$　$P(S_2) = P_{12}(1-P_{23}) = P_{u-1}(1-P_{u-1})$，$P(S_3) = (1-P_{12})P_{23} = (1-P_{u-1})P_{u-1}$

$P(S_4)=(1-p_{12})(1-p_{23})p_{13}=(1-p_{u-1})^2 p_{u-1}$,　$P(S_5)=(1-p_{12})(1-p_{23})(1-p_{13})=(1-p_{u-1})^3$

したがって、O_uのノードの最下端での、合致事象だけを考慮した場合の合成ピーク q_{pu} の期待値 $E(q_{pu})$ は

$$E(q_{pu})=\{4P(S_1)+3P(S_2)+2P(S_3)+3P(S_4)+2P(S_5)\}\cdot E(q_{pu-1})$$
$$=\{2+p_{u-1}+p_{u-1}^2+p_{u-1}^2(1-p_{u-1})^2\}E(q_{pu-1})$$
$$\fallingdotseq(2+p_{u-1})E(q_{pu-1}) \qquad (2)$$

同様な考え方によって、任意の n について取り扱うことができ、一般に、

$$E(q_{pu})=\{2+(i-1)p_{u-1}\}\cdot E(q_{pu-1}),\quad i：合流点数 \qquad (3)$$

で表わすことができる。

3. 残流域の配分と面積配分係数；O_1の面積を $\overline{A_1}$（¯は平均）、$O_1\sim O_2$間の残流域の面積を $\overline{A_{01}}$ とし、a_1 としてつぎのように定義する。

$$a_1=1+\overline{A_{01}}/\overline{A_1}=N_2\overline{A_2}/N_1^2\overline{A_1} \qquad (4)$$

ここに、N_2はO_2の枝数、N_1^2はそのうちでO_2のノードに結合する枝数である。
このa_1は、O_2のノード内の残流域をO_1の面積$\overline{A_1}$に配分して$\overline{A_1}$を補正する係数である。

一般に、O_{u+1}のノードの面積は、O_uの枝の面積とO_uの残流域の和である。このように考えると、O_uの面積補正係数 a_u は

$$a_u=1+\sum_{j=1}^{u-1}N_j^{u+1}\cdot\overline{A_{0j}}\Big/N_u^{u+1}\cdot\overline{A_u}+\left(\overline{A_{0u}}/\overline{A_u}\right)\cdot\sum_{j=1}^{u}N_j^{u+1}\Big/N_u^{u+1} \qquad (5)$$

ここに、N_uはO_uの枝数、N_j^{u+1}はO_{u+1}のノードに流入するO_{u-1}以下の枝数、$\overline{A_u}$はO_uの面積、$\overline{A_{0u}}$はO_uの残流域の面積である。

もし、河道配列に関する3/4則が成立するときには

$$a_u=R_a/3 \quad (R_a：集水面積比) \qquad (6)$$

であり、また、

$$a_u=(1+\overline{A_{0u}}/\overline{A_u})+\sum_{i=1}^{u-1}\left(1/3^i\cdot a_{u-i}\right) \qquad (7)$$

4 ピーク流量の期待値；以上より、ピークの合致率と面積補正係数を用いると、iこの合流点をもったO_2のノードのピークは（2）式から $q_{p2}=a_1\overline{q_{p1}}\{2+(i-1)p_1\}$
で与えられ、このノードは、確率 $N(iC_2)/N_2$ で生じているから、O_2のピークの期待値 $E(q_{p2})$ は

$$E(q_{p2})=a_1\cdot\overline{q_{p1}}\sum_{i=1}^{i_{max}}\{2+(i-1)p_1\}(N(iC_2)/N_2)=a_1\overline{q_{p1}}\cdot(2+\beta_1p_1) \qquad (8)$$

ここに、$\overline{q_{p1}}$はセルのピーク流量の平均値である。また、β_1は

$$\beta_1=\sum_{i=1}^{i_{max}}(i-1)\left(N(iC_2)/N_2\right)$$

であり、$\frac{1}{2}$則が成りたつときは1になる値である。同様にしてO_uの期待値$E(q_{pu})$は

$$E(q_{pu})=a_{u-1}\cdot E(q_{pu-1})\cdot\sum_{i=1}^{i_{max}}\{2+(i-1)p_{u-1}\}(N(iC_u)/N_u) \qquad (9)$$

再帰の関係で表現すれば

$$E(q_{pu}) = \prod_{j=1}^{u-1} C_j \cdot \overline{q_{p1}} \cdot (2+\beta_j P_j) \qquad (10)$$

ここに、β_u は β_1 と同様に

$$\beta_u = \sum_{i=1}^{i_{max}} (i-1)\cdot\left(N(iC_{u+1})/N_{u+1}\right) \qquad (11)$$

であり、1/2則が成立するときには、1になる値であるから、いわば、河道配列の1/2則からの偏差の補正係数である。

5 P_u について；最初に述べたように、P_u は同一位数においては一定値と考えることができる。しかし、異なった位数のノード間では、流下過程の非線型性によって、その値は変えねばならない。この点について考察しよう。(1)式で述べた合流点間隔 l の代りに、合流点間の流下時間 τ で表わすと、O_{u+1} のノードにおける合流率 P_u は

$$P_u = e^{-\alpha'\tau_u} \qquad \alpha' > 0 \qquad (12)$$

とする。ここでは、α' は単に降雨分布の時間的形状を表わすものとする。

$$P_1 = e^{-\alpha'\tau_1} = P \qquad (13)$$

とおくと、(12)式から $\alpha' = \mathrm{Const}$ とおいて

$$\left.\begin{array}{l} P_2 = P^{\tau_2/\tau_1}, \quad P_3^{\tau_3/\tau_1}, \quad \cdots \quad P_u = P^{\tau_u/\tau_1} \\ \text{または、} \quad P_2 = P^{\tau_2/\tau_1}, \quad P_3 = P_2^{\tau_3/\tau_2} \quad \cdots \quad P_u = P_{u-1}^{\tau_u/\tau_{u-1}} \end{array}\right\} \qquad (14)$$

とする。

したがって、各ノード間の合流率 P_u の関係は、τ を表現すれば得られる。

τ_u は、前述した統計的操作により

$$\tau_u = \gamma_u \cdot \overline{L_{u+1}}/2\overline{V_{u+1}}$$

ここに、$\overline{L_{u+1}}$ は O_{u+1} の枝の長さ（河道長）、$\overline{V_{u+1}}$ は O_{u+1} のノード内の洪水ピークの平均伝播速度である。γ_u は

$$\gamma_u = 2\left\{\sum_{i=1}^{i_{max}} i\left(N(iC_{u+1})/N_{u+1}\right)\right\}^{-1} \qquad (15)$$

であり、1/2則が成りたつときには1になる値で、β_u と同様な意義をもつ補正係数である。また $\overline{V_u}$ は、特性曲線法理論によって

$$\left.\begin{array}{l} \overline{V_u} = (E(q_{pu-1}))^{\varepsilon}/p \cdot K_u, \quad K_u = \left(n_u/\sqrt{\sin\theta_u}\right)^{p} \\ \varepsilon = 1-p, \quad p = 0.6 \end{array}\right\} \qquad (16)$$

さらに、　$E(q_{pu-1})/E(q_{pu}) \approx \bar{A}_{u-1}/\bar{A}_u$

とおくと、結局

$$T_u/T_{u-1} = (\gamma_u/\gamma_{u-1})(\bar{L}_{u+1}/\bar{L}_u)(\bar{A}_{u-1}/\bar{A}_u)^{0.4}\cdot(\bar{S}_u/\bar{S}_{u+1})^{0.3} \qquad (17)$$

この値は個々河川の流域解析によって得られるが、河道配列に関する統計則と、河道長、面積および勾配に関する計量地形則が成りたつとするならば、

$$T_u/T_{u-1} = R_L\cdot R_a^{-0.4}\cdot R_s^{0.3} \qquad (18)$$

となる。すなわち、河道長比 R_L、面積比 R_a、勾配比 R_s の地形パラメータ等によって、異なった位数のノード内伝播時間の比を与えることができる。
この関係を用いると（14）式によって、任意の位数でかつ1つのノード内のピークの合致率を推定するか、あるいは仮定すれば他の位数のピークの合致率を算出することができる。

6　結語

本報告は、流域地形に関して統計則が成りたつと考えられる流域での洪水流出のピークと流域地形のパラメータとの関係を与えたものである。
実際上の問題としては、約100 km²程度以内の洪水ピークを、セルのピーク $q_{p,1}$ を推定することによって迅速に算定できるであろう。また、本報告で述べた諸関係を用いて、流域の地形が洪水流出のピークにどのように影響しているかを定量的に把握できよう。
理論的な面では、流域の種々のパラメータを組み入れていること、あるいは非線形な効果を考慮している点が一応の成果と考えているが、なお、理論、計算法などの面で考慮すべき点も多い。今後一層、洪水流出の一般的な理論の確立のため努力していきたいと考えている。