

三菱重工業 桑野研一
正員の井上勇偉

1. まえがき

静定あるいは不静定構造物の最適設計を行なうには、断面力が一定の場合の最適断面の決定ができることが望まれる。とくに移動荷重を対象とする構造物の最適設計に対し、これは一そう重要な要素となる。本論文は与えられた断面力(曲げモーメント、軸力、剪断力)に対し、実際設計に許容されるものの中で、面積最小の断面の決定法について述べたものである。設計条件は鋼道路橋および溶接鋼道路橋示方書に従った。考慮した断面形状はI型およびH型断面の2種類である。

もし断面が満足しなければならない条件と最適規準が数式で表現されると、構造物の最適問題は数学上の純粋な最大最小の問題におきかえられる。これを解くためにここでは線型計画法を用いた。

2. 条件式と目的関数

記述の便宜上条件式を力学的条件式と幾何学的条件式とに区別する。

2.1 力学的条件式

$$\text{○引張許容応力の条件式} \quad \frac{M_{ij}}{I} r_{ei} + \frac{N_{ij}}{A} \leq \sigma_{ta} \quad i=a, b \quad j=u, l \quad (1)$$

ここに I = 部材総断面の水平軸まわりの断面2次モーメント (cm^2)

A = 部材の総断面積 (cm^2) r_{ei} = 中立軸から引張り縁までの距離 (cm)

図-1

σ_{ta} = 軸方向許容引張応力 (kg/cm^2) a, b = 部材端 u, l = 断面の上フランジ縁, 下フランジ縁

M_{ij}, N_{ij} = 材端 i の fiber j に対する設計曲げモーメントおよび設計軸力

なお $M_{ij} \geq 0$ として式をたてることにする。もし $M_{ij} \leq 0$ の時には図-1において断面の upper と lower side を入れかえておけばよい。

○圧縮応力の条件式 $-\frac{M_{ij}}{I} r_{ui} + \frac{N_{ij}}{A} \geq -\sigma_{ca1} \quad (2)$ ここに f_c = 定数 r_{ui} = 中立軸から圧縮縁までの距離 (cm) σ_{ca1} = 水平軸まわり断面2次半径を用いた許容軸方向圧縮応力度 (kg/cm^2) で

$l/r < B$ の時 $\sigma_{ca1} = x - y (l/r)^2 \quad (3)$, $l/r > B$ の時 $\sigma_{ca1} = 7.2 \times 10^6 / (l/r)^2 \quad (4)$ B

x, y = 定数 l = 部材長 (cm) I, r = 水平軸まわりの断面2次モーメント (cm^4) および2次半径 (cm) で $r = \sqrt{I/A} \quad (5)$, (5) を使って (3), (4) を書きかえると $\sigma_{ca1} = x - y l^2 A / I \quad (3')$

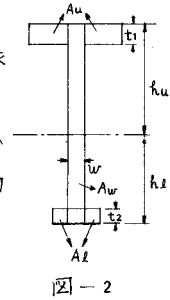
$\sigma_{ca1} = 7.2 \times 10^6 I / (l^2 A) \quad (4')$

○垂直軸まわりの座屈の条件 i $-\frac{M_{ij}}{I} r_{ui} + \frac{N_{ij}}{A} \geq -\sigma_{ca3} \quad (5)$ ここに σ_{ca3} = 垂直軸まわりのフランジ圧縮許容応力 (kg/cm^2) で $L/r_v < B$ の時 $\sigma_{ca3} = x - y L^2 A / I_v \quad (6)$, $L/r_v > B$ の時 $\sigma_{ca3} = 7.2 \times 10^6 I_v / (L^2 A) \quad (7)$ L = フランジの固定間距離 (cm) I_v, r_v = 垂直軸まわりの断面2次モーメント (cm^4) および断面2次半径 (cm)

○垂直軸まわりの座屈の条件 ii $\frac{N_{ij}}{A} \geq -\sigma_{ca2} \quad (8)$ ここに σ_{ca2} = 部材の垂直軸まわりの座屈許容応力 (kg/cm^2) で $P/r_v < B$ の時 $\sigma_{ca2} = x - y P^2 A / I_v$, $P/r_v \geq B$ の時 $\sigma_{ca2} = 7.2 \times 10^6 I_v / (P^2 A)$ P = 部材の面外方向の固定間距離 (cm)

2. 2 幾何学的条件式

図-2はI型断面の諸寸法を示したものである。同図中 h_u = 中立軸から圧縮縁までの距離 h_l = 中立軸から引張縁までの距離 A_u = 上フランジ断面積から、それとウエブが重なる部分を除いた上フランジの断面積 A_l = 下フランジ断面積から、それとウエブが重なる部分を除いた下フランジの断面積 A_w = ウエブの断面積とウエブが上、下フランジと重なる部分を加えた断面積 t_1 = 上フランジ厚 t_2 = 下フランジ厚 w = ウエブ厚



○ 中立軸まわりの断面2次モーメント I (I型断面)

$$I = A_u(h_u - 0.5t_1)^2 + A_l(h_l - 0.5t_2)^2 + \frac{A_w(h_u + h_l)^2}{12} + A_w l^2 \quad (9) \quad \text{ここに } e = \frac{G}{A} \quad (10)$$

$$A = A_u + A_w + A_l \quad (11) \quad G = A_u(0.5h - 0.5t_1) - A_l(0.5h - 0.5t_2) \quad (12) \quad h = h_u + h_l \quad (13)$$

○ 対称垂直軸まわりの断面2次モーメント I_v (I型断面)

$$I_v = \frac{A_u^3 t_1}{12 t_1} + \frac{A_u^3}{4 t_1} \frac{A_w}{h_u + h_l} + \frac{A_u}{4} \left(\frac{A_w}{h_u + h_l} \right)^2 + \frac{A_l^3 t_2}{12 t_2} + \frac{A_l^3}{4 t_2} \frac{A_w}{h_u + h_l} + \frac{A_l}{4} \left(\frac{A_w}{h_u + h_l} \right)^2 + \frac{A_w^3}{12 (h_u + h_l)^2} \quad (14)$$

なおボックス断面に対すると記 I および I_v は(9)(14)とは少し異なるがここでは省略する。

○ 圧縮フランジ巾の制限 I型断面の圧縮フランジ巾の制限条件で $L \leq 30 \left(\frac{A_u}{t_1} + \frac{A_w}{h_u + h_l} \right) \quad (15)$

○ フランジ厚制限 圧縮フランジ厚に対し $\frac{A_l}{t_2} + w \leq 24 t_1 \quad (16)$ 引張フランジ厚に対し $\frac{A_l}{t_2} + w \leq 30 t_2 \quad (17)$

○ 細長比の制限 圧縮主要部材に対し $l \leq 120 \sqrt{I/A} \quad (18)$ 引張主要部材に対し $l \leq 200 \sqrt{I/A} \quad (19)$

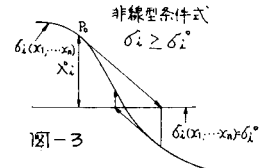
○ 中立軸の条件式 線型計画法によって得られた h_u, h_l が確かに中立軸から上、下縁までの距離になっているための条件で $h_l = \{ (2A_u + A_w) h_u - A_u t_1 + A_l t_2 \} / (A_w + 2A_l) \quad (20)$

結局設計条件式は(1)(2)(5)(8)(9)(14)(15)(16)(17)(18)(19)(20)となる。最適標準として断面積を選べば、前記条件式のもとに目的関数 $w = A_u + A_w + A_l \quad (21)$ の最小値を求める問題となる。

3. 線型計画法による解法

条件式が非線型であるので、線型計画法を用いるために各々の条件式を初期設計点 $A_u^0, A_w^0, A_l^0, t_1^0, t_2^0, w^0, h_u^0, h_l^0, I^0, I_v^0$ でテラ展開しその一次の項まで用いれば線型条件式が得られる。この線型化の意味を示したのが図-3である。同図中 P_0, λ, δ_i^0 は初期設計点、初期スラック値

条件式の上あるいは下限(定数)である。同図から非線型関数 $\delta_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ の単調は増減の範囲において、線型化の妥当であることが知られる。



4. 計算結果

上記の式のプログラムによって数値計算を行ったI型断面の一例を示したのが次表である。

回数	w	h_u	h_l	A_u	A_w	A_l	I	I_v	t_1	t_2	λ_1	λ_2	λ_3
LPO	187.39	64.0	67.21	36.96	118.09	32.34	465.260	3463.79	1.6	1.4	131.02	0.064	115.52
LP1	178.25	66.72	70.43	29.87	123.43	24.94	446.868	2427.41	1.12	0.98	6.52	0.0039	7.095
LP2	177.25	72.06	76.06	24.38	133.32	19.55	481.628	1703.39	0.785	0.686	3.47	0.0017	3.19

上表中 LPO = 初期値 LP1, LP2 = シンプレックス計算の繰返番号 設計寸法の単位 cm $\lambda_1 = \delta_{t1}$ に対する余裕値 (kg/cm^2) $\lambda_2 = \delta_{ca1}$ に対する余裕値 (kg/cm^2) $\lambda_3 = \delta_{ca3}$ に対する余裕値 (kg/cm^2) $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ の点線側上の値はシンプレックス計算値、下側の値は非線型に対する $M_{ij} = 0.120088 \times 10^8 \text{ kg/cm}$ $N_{ij} = 0$ $Q = 1635 \text{ cm}$ $L = 0$ $P = 480 \text{ cm}$ $w = 0.9 \text{ cm}$

5. おおひ

LP2によって得られた値は数学的に全領域に対する最適解かどうかを断定することが出来ないが $\delta_{t1}, \delta_{ca1}, \delta_{ca3}$ にほぼ等しくなった応力状態なので、経験的に実際設計上意味のあるものと考えられる。