I −160

振動している杭に対する地盤反力の性質について

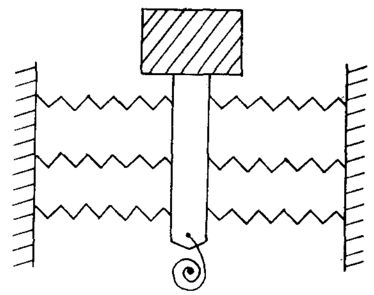
東京工業大学　伯野元彦　丸山嘉高

§1 はじめに

杭基礎のように比較的撓みやすい基礎工の耐震問題を考える場合、地盤の地表面の地震振幅と、地表面下の振動振幅がかなり大きく異なっているという観測事実を考慮して、杭が如何なる挙動を示すかは、重要な問題である。　現在、筆者等は、基礎杭中に地中地震計を埋設して、地震観測を行うとともに、理論的にも、杭の地震時挙動を明らかにしたいと思っている。

従来の杭の動的解析は、岡本、Penzien、後藤等によってすぐれた成果が挙げられているが解析に当って、杭は図−1に示されるようなバネで支持された系に置き換えられ、更に付加質量を考慮する事も提案されている。この場合、バネの物理的意味がはっきりしないため、実際のバネ、付加質量の数値として、如何なる値をとるべきかが、あいまいとなって居り、経験的にこういう値をとればよいという事になっている。

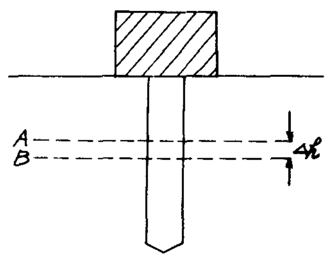
本研究は、以上述べた動的バネ定数、付加質量などが、如何なるものであるかを明らかにするための第一歩として、二次元の弾性振動解から、その性質を知ろうとしたものである。



図−1

§2. 弾性振動解

杭の弾性振動解としては、杭の支持層を剛とした場合には、既に3次元解が求められているが、これをもとにすると複雑となりバネ常数の持つ意味が、はっきりしなくなる恐れもあったので、図−2に示すようなA,Bという薄層を考え、その層内での二次元振動を考えた。



図−2

この場合には、解も簡単になる。　振動方程式はよく知られているように

$$(\lambda+\mu)\nabla\nabla\cdot\mathbf{u}+\mu\nabla^2\mathbf{u}=\rho\ddot{\mathbf{u}} \quad \cdots\cdots(1)$$

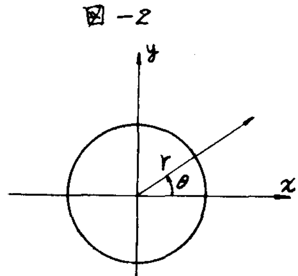
ここに、$\mathbf{u}$: 変位ベクトル

∇ : ベクトルの微分演算子

λ,μ : Laméの定数

この解は　$\mathbf{u}=\nabla\varphi+\nabla\times(\mathbf{e}\psi) \quad \cdots\cdots(2)$

と表わされ



図−3

ここに　$\boldsymbol{e}$　は杭の長手方向にそう単位ベクトルである。
(1)　の解のうち　図－3の座標系において原点より出て行く波は、次のように得られる。

$$\varphi = -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{C_P^2}{\omega^2} A_m H_m^{(2)}(\alpha r) \sin m\theta \, e^{i\omega t} \quad \cdots\cdots (3)$$

$$\psi = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2C_S^2}{\omega^2} B_m H_m^{(2)}(\beta r) \cos m\theta \, e^{i\omega t} \quad \cdots\cdots (4)$$

境界条件
杭に接している土は、杭と密着して、変位は杭と等しいとする。　故に次式が成立する。

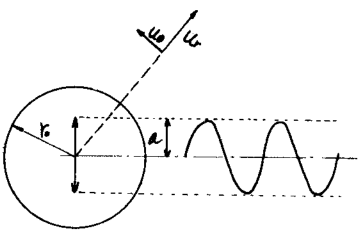
$$U_r = a \sin\theta \, e^{i\omega t} \quad , \quad U_\theta = a \cos\theta \, e^{i\omega t} \quad \cdots\cdots (5)$$

図－4参照

この境界条件式より、(3),(4)式でその一般解の与えられたφ, ψの両関数は次式からA，B が定まる。　また　(3),(4)式において　$m=1$　のみとなる。

$$-a = \left\{ A \frac{C_P^2}{\omega^2} \dot{H}_1^{(2)}(\alpha r_0) + B \frac{2C_S^2}{r_0\omega^2} H_1^{(2)}(\beta r_0) \right\}$$

$$-a = \left\{ A \frac{C_P^2}{r_0\omega^2} H_1^{(2)}(\alpha r_0) - B \frac{2C_S^2}{\omega^2} \dot{H}_1^{(2)}(\beta r_0) \right\} \quad \cdots\cdots (6)$$



図－4

こうして　φ, ψが定まると　(2)　式によって、変位 $\boldsymbol{u}$が得られるが、杭周辺で杭を押している応力　σ, τ　は次式で与えられる。

$$\sigma = \frac{\rho}{g} \left\{ C_P^2 \left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{\partial U_\theta}{r\partial\theta} \right) - 2C_S^2 \frac{\partial U_\theta}{r\partial\theta} \right\} \quad \cdots\cdots (7)$$

$$\tau = \frac{\rho}{g} C_S^2 \left(\frac{\partial U_\theta}{\partial r} - \frac{U_\theta}{r} + \frac{\partial U_r}{r\partial\theta} \right) \quad \cdots\cdots (8)$$

したがって、杭を周辺土が押す力は、上記の、σ, τの杭振動方向成分を杭の表面で積分すればよい。

$$P = \int_0^{2\pi} (\sigma \sin\theta - \tau \cos\theta) \, r_0 \, d\theta \quad \cdots\cdots (9)$$
$$= a \, (R + iI) e^{i\omega t}$$

§3　複素反力の意味

杭に対する周辺土の反力は，(9)式のように複素形式で与えられる。　この形式的な意味は次のように考えれば、理解される。　杭が質量mを持って居り、長手方向に一様に動いているものとすれば、振動方程式は次式となる。

$$m\ddot{x} + (R + iI)x = \text{正弦外力} \quad \cdots\cdots (10)$$

変形すると　$(m + M_{eq.})\ddot{x} + \frac{I}{\omega}\dot{x} + (R - M_{eq.})x =$ 正弦外力

ここに　$M_{eq.}$　：付加質量　　　$R - M_{eq}$　：等加バネ常数

したがって、このような形式的解釈からは、付加質量か、等加バネかの一方を定めなければ、他方が定まらないということになる。　また、バネ常数の値は、杭の振動数によって、値を変える、もはやバネ常数とは言えないものとなっている事が知られる。

その他の解釈、過渡的な振動を行う時の反力、具体的な数値計算等については、当日説明する。