

鉄道技術研究所 正員 伊藤文人

〃 〃 〇松浦章夫

I. まえがき

鉄道車両の走行によって生じる鉄道橋の振動と車両運動との関係を明白にし、橋梁設計の際の衝撃率とたわみの制限の合理的な値を見出すため、本報告は、第一段階として「けた-2軸ホギー車系」の動的応答を求める微分方程式を導びき、単純支持けた橋についての電算プログラムを組み、若干の結果を得たので、その一部を報告する。

II. けた-2軸ホギー車系

2軸ホギー車の力学的モデルは、図-1のような台車の回転を考慮した2質点系とし、⁽¹⁾けた断面は一定、支点はすべて同一水平線上にあり、車輪は常にレールに密着して転がるものとする。けたの動的たわみ曲線はけたの位置および時刻の関数で $y(x, t) = \sum f_n(t) \phi_n(x)$ と書ける。 $\{\phi_n(x)\}$ はけたの境界条件を満たす直交関数系である。

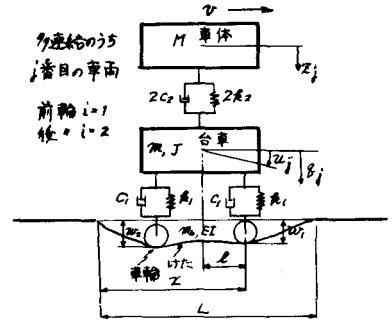


図-1

III. 運動方程式

系全体の運動、ポテンシャル、消散エネルギーを求め、ラグランジェの運動方程式にこれらを代入し、上記組数の有限項のみを用いれば、一組の「係数の変化する多変連立微分方程式」を得る。その一般式は複雑であるので、 $y = f(t) \sin \frac{\pi x}{2L}$ について示せば、

$$\ddot{\phi}_{jtc} + \frac{\sigma_1 \Gamma}{\alpha} \sum \varepsilon_{ij} \sin^2 \varepsilon_{ij} \dot{\phi}_{jc} + \left\{ \frac{\Gamma}{\alpha^2} \sum (\sigma_1 \alpha \cos \varepsilon_{ij} + \sigma_1 \sin \varepsilon_{ij}) \varepsilon_{ij} \sin \varepsilon_{ij} + \frac{1}{\alpha^2} \right\} \phi = \frac{\sigma_1 \Gamma}{\alpha} \sum \varepsilon_{ij} \sin \varepsilon_{ij} \psi_{jc} + \frac{\sigma_1 \Gamma}{\alpha^2} \sum \varepsilon_{ij} \sin \varepsilon_{ij} \psi_{jc} - \frac{\sigma_1 \Gamma}{\alpha} \sum (-1)^i \varepsilon_{ij} \sin \varepsilon_{ij} \theta_{jc} - \frac{\sigma_1 \Gamma}{\alpha} \sum (-1)^i \varepsilon_{ij} \sin \varepsilon_{ij} \theta_j - \frac{16 \Gamma}{\alpha^2} \sum (\sigma_1 \alpha \bar{p}_{ijc} + \sigma_1 \bar{p}_{ij}) \varepsilon_{ij} \sin \varepsilon_{ij} + \frac{\Gamma + f}{2 \alpha^2} \sum \varepsilon_{ij} \sin \varepsilon_{ij}$$

$$\dot{s}_{jtc} + \frac{\sigma_1 \Gamma}{\alpha} s_{jtc} + \frac{\sigma_2}{\alpha^2} s_j = \frac{\sigma_1 \Gamma}{\alpha} \psi_{jc} + \frac{\sigma_2}{\alpha^2} \psi_j$$

$$\psi_{jtc} + \frac{\Gamma}{\alpha f} (\sigma_1 + \sigma_2) \psi_{jc} + \frac{\Gamma}{\alpha^2 f} (\sigma_1 + \sigma_2) \psi_j = \frac{\sigma_1 \Gamma}{2 \alpha f} \sum \varepsilon_{ij} \sin \varepsilon_{ij} \dot{\phi}_{jc} + \frac{\Gamma}{2 \alpha^2 f} \sum \varepsilon_{ij} (\sigma_1 \sin \varepsilon_{ij} + \alpha \sigma_1 \cos \varepsilon_{ij}) \dot{\phi} + \frac{\sigma_1 \Gamma}{\alpha f} s_{jtc} + \frac{\sigma_2 \Gamma}{\alpha^2 f} s_j + \frac{8 \Gamma}{\alpha^2 f} \sum (\alpha \sigma_1 \bar{p}_{ijc} + \sigma_1 \bar{p}_{ij})$$

$$\theta_{jtc} + \frac{\sigma_1 \Gamma}{\alpha f} \theta_{jc} + \frac{\sigma_1 \Gamma}{\alpha^2 f} \theta_j = \frac{\sigma_1 \Gamma}{2 \alpha f} \sum (-1)^i \varepsilon_{ij} \sin \varepsilon_{ij} \dot{\phi}_{jc} + \frac{\Gamma}{2 \alpha^2 f} \sum (-1)^i \varepsilon_{ij} (\alpha \sigma_1 \cos \varepsilon_{ij} + \sigma_1 \sin \varepsilon_{ij}) \dot{\phi} + \frac{8 \Gamma}{\alpha^2 f} \sum (-1)^{i+j} (\alpha \sigma_1 \bar{p}_{ijc} + \sigma_1 \bar{p}_{ij}) \quad j=1, 2, \dots \quad i=1, 2.$$

ここで、 T_b はけたの基本自由振動周期、 $\alpha = \frac{v T_b}{2L}$ 、 $\Gamma = \frac{M}{m_b L}$ 、 $f = \frac{m}{m_b L}$ 、 $f' = \frac{J}{m_b L e^2}$ 、 $\sigma_1 = (\frac{\omega_1}{\omega_b})^2$ 、 $\sigma_2 = (\frac{\omega_2}{\omega_b})^2$ 、 $\sigma_1' = \frac{v_1}{\omega_b}$ 、 $\sigma_2' = \frac{v_2}{\omega_b}$ 、 $\alpha b = (\frac{2 \pi R_1}{M})^{\frac{1}{2}}$ 、 $\omega_1 = (\frac{2 \pi R_2}{M})^{\frac{1}{2}}$ 、 $\omega_2 = (\frac{2 \pi R_3}{M})^{\frac{1}{2}}$ 、 $v_1 = \frac{2 C_1}{M}$ 、 $v_2 = \frac{2 C_2}{M}$ 、 $\phi = \frac{f}{\alpha b}$ 、 $s_j = \frac{z_j}{\alpha b}$ 、 $\psi_j = \frac{\delta_j}{\alpha b}$ 、 $\theta_j = \frac{\delta_{\theta j}}{\alpha b}$ 、 $T_b = \frac{2 \pi}{\omega_b}$ 、 $\tau = \frac{E v^2}{L}$ 、 $\xi = \frac{\pi x}{L}$ 、 $0 \leq x_{ij} \leq L$ のとき $\varepsilon_{ij} = 1$ その他 $\varepsilon_{ij} = 0$ 。

IV. 電算による数値計算

上記の微分方程式の数値計算を、ミルンの方法を高階方程式に応用して行なった。使用した計算機は G-20 で、プログラムは FORTRAN II で行なった。一例として、新幹線車両 3 両連結、走行速度

211 km/h, 支間 30m, $T_0 = \frac{1}{30}$ の単純支持けた橋に対する, けた中央の曲げモーメント, 車体と台車の上下変位, 車体上下振動加速度の時間に関する変化曲線をそれぞれ図-2, 3, 4に示す。図-2では, 動的応答は静的応答のまわりをけたの基本振動周期とほぼ等しい周期で上下していること, 図-3では, 台車の高い振動数成分は車体において吸収されていること, 図-4では車体の振動加速度はけたの振動に多少影響されていることがわかる。

V. 略算による衝撃係数

α は 1.0 に対して無視し得, 減衰を無視することで計算が安全側に行なわれるので, 車両の各要素の値には関連するが車体の振動成分には無関係なけたの振動方程式を得た。これにより, たわみの衝撃係数を求めると (曲げに対しては求められず),

$$I_m = \frac{1}{1+d} \left(\frac{N}{\phi} d + 1 \right) + \frac{2C\Gamma\eta d^2 N}{1+d^2} \frac{N}{\phi} - 1$$

$\phi' = \max(\sum e_{ij} \sin 5.1 j)$, N = 支間内に載荷する車軸数の最小値, C = けた上レールの

こう上量を示す係数。たとえば新幹線車両が 250 km/h で走行し, $L = 50m$, $C_T = 0.00265$ (けたの剛性を表わすパラメーターで, 新幹線上路アレートガーガーの値) のとき $I_m = 0.46$, 静的最大たわみの半量だけ半正弦波状にレールがこう上されていれば $I_m = 0.50$ となる (図-5)

VI. 結語

この報告では, ボギー車の振動問題をけたの振動問題と組み合わせ, けたの振動モードは任意の直交関数で表わした。この方法によれば, 車両の連結数は任意でよく, パラメーターの値を変化して多くの計算を行えば, さらに実用的な結果を得ることができると, これについては後日報告する。

文献 (1) 佐藤吉彦 素心地の立場から見た軌道狂いの整備限度 鉄研報告 No.549 Aug. 1966

(2) Robert K. Wen Dynamic Response of Beams Traversed by Two Axle Load Pr. ASCE MDiv. Oct. 1960

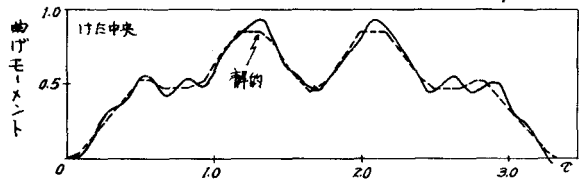


図-2

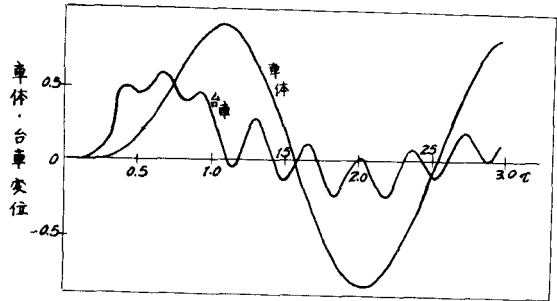


図-3

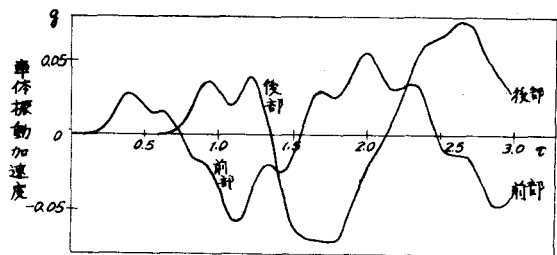


図-4

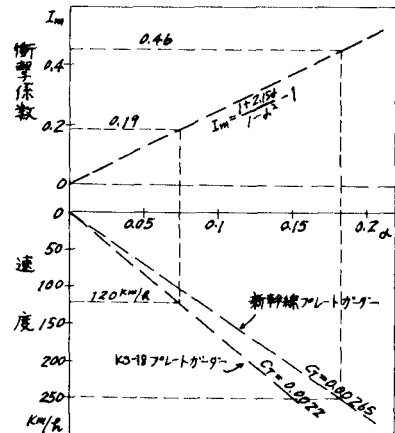


図-5