

京都大学工学部 正 員 ○土岐憲三

京都大学大学院 学生員 安藤嘉茂

1. 緒言

構造物の耐震性の究明にあたっては対象とする振動系の復元力特性がまず明らかにこれねばならないが、耐震性の研究の対象となるような振動系では復元力特性が履歴を描く場合が多く、それは構造物材料、構造物、地盤、外力などの影響によって多様に変化するために一般的を理論解析が困難である。本研究では構造物と地盤とへ間に形成される振動系を対象として、その復元力特性の非線型性が構造物の応答とどのような関係にあるかを1自由度系に置換して検討を行った。

2. 構造物と地盤の復元力特性

構造物やその部材に荷重を作用させると、荷重と変位との関係は一般に非線型な関係になり、一定の交番荷重に対しては履歴曲線を描くので微小振幅の仮定に基づく線型系としては取り扱えなくなる。鉄骨構造物やコンクリート構造物の復元力特性は荷重の増加と減少につれて履歴曲線の勾配が次第に緩くなる、いわゆる軟化バネ型の特性を示すものが多いが、構造物を置いて地盤に作用する荷重と変位の場合には荷重の変位とともに履歴曲線の勾配が緩くなり、ある荷重を越えると再び勾配が急になるような硬化バネ型の特性を示すものも多く、先の場合と同様には論じることができない。本研究ではこのように履歴曲線が硬化バネ型であるような非線型系を解析の対象とした。

図-1 は締め固めた標準砂中に埋設した円筒形の模型井筒の頂部に交番荷重を作用させたときの着床点での変位と荷重の関係を示したものである。この図において履歴曲線の最大値と結んだ曲線は硬化バネ型である履歴曲線とは逆に軟化バネ型の特性を示しており、かつ履歴曲線が荷重レベルに無関係にはほぼ相似形をしている。このように履歴曲線が荷重レベルに独立な場合には、復元力 $F(X, x)$ は次式のごとく最大変位と結ぶ曲線 $f(X/x_0)$ と履歴曲線 $g(x/X)$ との積で表わすことができる。

$$F(X, x) = f(X/x_0) \cdot g(x/X) \quad \text{--- (1)}$$

ここに、 X は最大変位、 x_0 は規準変位である。

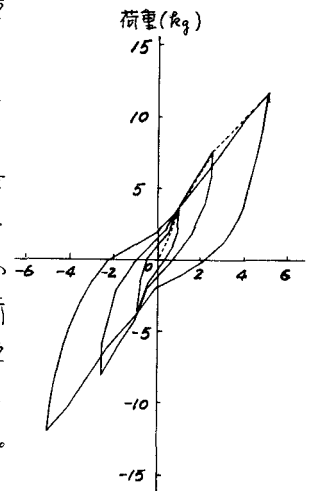
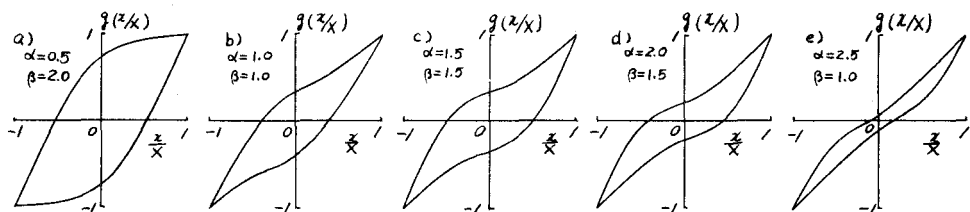


図-1 模型実験による履歴曲線

図-2 式(3)による履歴曲線 $g(x/X)$ の例

さらに、 $k_0(x/x_0)$ と $g(x/x)$ とを次式のように関数表示する。

$$k_0(x/x_0) = k_0 \{1 - \exp(-x/x_0)\} \quad \dots (2)$$

$$g(x/x) = (x/x \pm 1) \cdot \frac{1 + \beta \cdot \exp\{-\alpha(x/x \pm 1)^2\}}{1 + \beta \cdot \exp(-4\alpha)} \quad \dots (3)$$

ここに、 k_0 は降伏荷重、 α 、 β は定数である。図-2 は α と β を変化させたときの $g(x/x)$ を、図-3 は荷重レベルを変化させたときの復元力特性を描いたものであって、式(1)、(2)、(3)により種々の硬化バネ型の履歴特性を表現できることを示している。

3. 定常解と共振曲線

復元力特性 $F(x, x_0)$ を持つ質量 m の 1 自由度系が $f_0 \cos \omega t$ なる外力を受けるときの運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{d^2(x/x_0)}{d\tau^2} + p^2 F(x, x_0)/k_0 = f \cos \tau \quad \dots (4)$$

ここに、 $p^2 = k_0/mx_0$ 、 $\tau = \omega/p$ 、 $\eta = p t$ 、 $f = f_0/k_0$ である。

式(4)に式(1)、(2)、(3)を用いて定数係数変化の方法で定常解を求めると、振動数比 η と無次元変位 x/x_0 に関して次式が得られる。

$$[C(\alpha, \beta)(1 - e^{-x/x_0}) - \eta^2 x/x_0]^2 + [S(\alpha, \beta)(1 - e^{-x/x_0})]^2 = f^2 \quad \dots (5)$$

$$\text{ここで、} C(\alpha, \beta) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} g(\cos \theta) \cos \theta d\theta, \quad S(\alpha, \beta) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} g(\cos \theta) \sin \theta d\theta$$

である。式(5)により計算した共振曲線の一例を図-4 に示したが、斜線部分は次式で与えられる不安定領域である。

$$[C(\alpha, \beta)(1 - e^{-x/x_0}) - \eta^2 x/x_0][C(\alpha, \beta)e^{-x/x_0} - \eta^2] + [S(\alpha, \beta)(1 - e^{-x/x_0})e^{-x/x_0}] \leq 0$$

すなわち、図-4 は荷重のレベルが大きくなると共振曲線が振動数に関して3価の関数となって周期的な外力に対して応答が不安定になる場合があること、また履歴曲線は硬化バネ型であっても、最大変位を結ぶ曲線が軟化バネ型であることを強く反映して共振曲線が軟化バネ型の特性を示すことなどを表わしている。一方、図-5 は模型井筒の振動実験によって得られた共振曲線であり、振動数の漸減に対しては $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ なる経路を通る共振曲線を描くが、 $A \rightarrow B$ に向う振動数の漸増に対してはB点において応答が不安定になり、上記の理論解析と裏づけている。結局、以上の所論はここで取り扱ったような復元力特性を持つ非線型では、履歴曲線の形状そのものよりも、ある荷重に対する最大変位を結んだ曲線が重要な意味を持つことを示している。

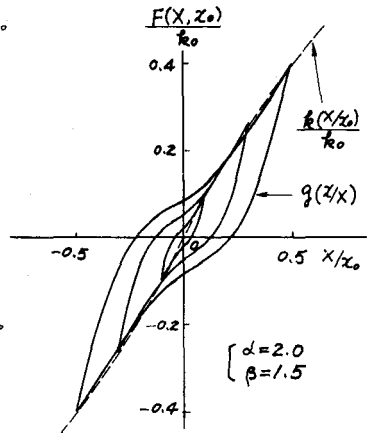


図-3 履歴曲線と最大変位の関係

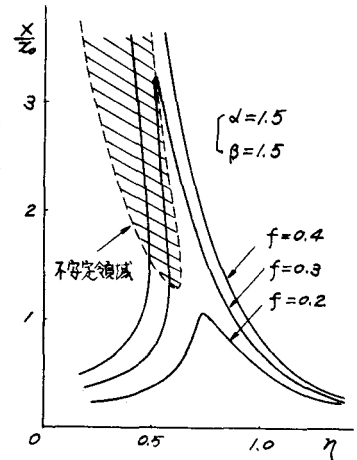


図-4 理論解による共振曲線

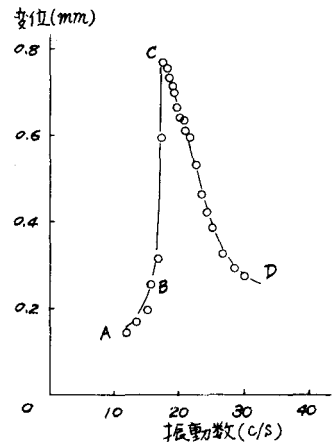


図-5 模型実験による共振曲線