I −147　多径間連続桁橋の振動問題の近似解法

北海道大学工学部　正員　酒井忠明

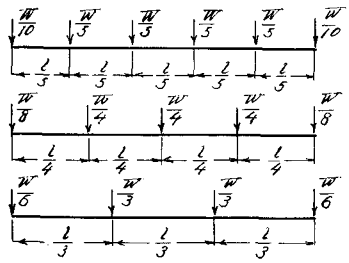
1．まえがき　　多径間連続桁橋の振動問題を取扱う場合，桁および橋脚の自重は元来分布荷重であるので計算は非常に面倒である。しかし水平振動の場合にはこれ等の分布荷重を各橋脚柱頭における集中荷重に換算し多質点系の振動問題として取扱うことにより計算を極めて簡単にすることができることを述べ更に5径間連続曲線桁橋についてその計算例を示すものである。

2．振動の近似解析に用いる仮定

多径間連続桁橋の水平振動の計算を容易にするため次の仮定をする。

仮定−1：上部構造の死荷重は分布荷重であるがこれを各径間長に応じ橋脚柱頭に作用する橋脚数と同数の集中荷重と見做す。仮定−2：橋脚の自重も分布荷重であるが，等断面橋脚の場合はその全自重の33/140が集中荷重として各橋脚柱頭にあるものとする。仮定−3：橋桁と橋脚の連結は連続桁橋では鉸支承であるが橋横方向に対しては完全な鉸支承としての働きをしない。曲線橋では特にそうである。このことを考慮すると計算は極めて煩雑になるのでいずれの方向にも鉸支承として働くものとする。

仮定−1による誤差は全体で w なる等分布荷重を担う桁においてこの荷重をいくつかの集中荷重に分けて考えた場合の固有振動周期の誤差から大体のことを推定できる。図−1は w なる分布荷重を6箇，5箇，4箇と等間隔の集中荷重に分けた場合を示すものでこれ等に対し質点系振動として計算した固有振動周期と等分布荷重としての正解を比較すれば次の如くであり誤差は非常に少ないことがわかる。



図−1

	単桁	固定桁	片持梁
6箇に分けた場合	0.6367α	0.2810α	1.8198α
5箇に分けた場合	0.6369α	0.2817α	1.8382α
4箇に分けた場合	0.6413α	0.2850α	1.878α
等分布荷重の正解	0.6366α	0.2808α	1.7870α

ここに　$\alpha=\sqrt{\dfrac{wl^3}{gEI}}$

表−1

$\frac{w}{P}$	正解の K_c	近似解の K_c
1.0	1.1122	1.1116
0.9	1.1015	1.1010
0.8	1.0906	1.0902
0.7	1.0797	1.0793
0.6	1.0686	1.0684
0.5	1.0575	1.0573
0.4	1.0462	1.0461
0.3	1.0348	1.0348
0.2	1.0233	1.0233
0.1	1.0117	1.0117
0	1	1

次に仮定−2による固有振動周期の誤差を検討する。等分布荷重 w と自由端に P なる集中荷重を担う片持梁の固有振動周期の正解式は

$$T=\frac{\sqrt{\frac{3w}{P}}}{(\beta l)^2}\cdot\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{Pl^3}{gEI}}=K_c\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{Pl^3}{gEI}} \qquad (1)$$

であり式中の βl は

$$\cos\beta l\cosh\beta l+1-\frac{P}{w}\beta l(\sin\beta l\cosh\beta l-\cos\beta l\sinh\beta l)=0 \qquad (2)$$

より求める。$\frac{w}{P}$ の種々の値に対しこの正解式より第1次固有振動周期に関する $\sqrt{\frac{3w}{P}}/(\beta l)^2$ すなわち K_c を計算し，これを仮定−2により自由端に P と $33/140\,w$ なる集中荷重のある場合の K_c を比較すれば表−1の如

くなりその差は極めて小であることがわかる。

仮定−3による誤差は連続曲線桁橋では仮定1，2による誤差のようには小でないが，地震動そのものの性状が不確実であるのでこれを考慮し一応この仮定を設け近似計算を容易にした。

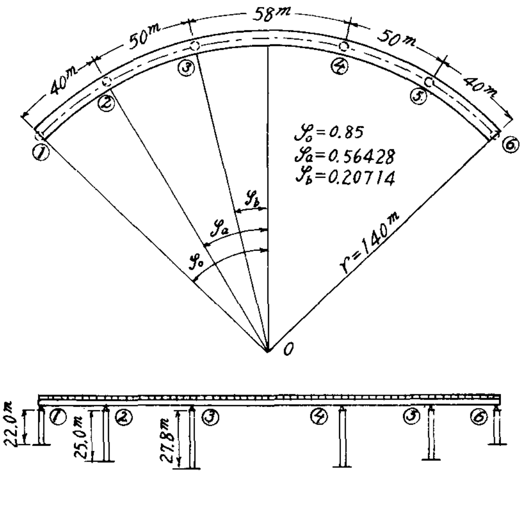
3 計算例

計算例として用いた5径間連続曲線桁の形状は図−2の如くである。上部構造の死荷重，断面の垂直対称軸に関する断面2次モーメントおよび弾性係数は次の如くである。

$w=10.7^t/m$, $I=2.204m^4$, $E=2.1\times10^6\,t/m^2$

橋脚はピーエスコンクリートの中空円筒の等断面柱で断面積A，断面2次モーメントIおよび柱頭に1tなる水平荷重が作用したときの柱頭の水平変位 κ は次の如くである。

脚番	A(m²)	I(m⁴)	κ(cm/t)
①，⑥	2.432	1.0007	0.10135
②，⑤	3.664	2.2702	0.06555
③，④	5.640	5.3800	0.03803

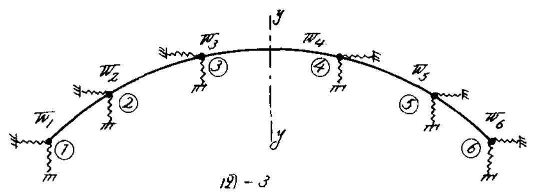


図−2

仮定−1，仮定−2によりこの橋の水平振動は

$W_1, W_6 = 244.27^t$, $W_2, W_5 = 533.32^t$

$W_3, W_4 = 665.50^t$ なる6質点系の振動問題として取扱うことになる。なお仮定−3によりこれ等の6質点は橋桁により連結せられると同時に橋桁は各質点の位置において互に直角な2本宛のバネによって支持せられこのバネの強さは上記の κ である。



図−3

曲線桁橋では振動中における各質点の変位の方向は不明であるのでこれをy軸方向およびこれに直角方向の分変位にわけて考える必要があり従って6質点系振動ではあるが12箇の振動方程式を解くことになる。しかしながらこの計算例の如く対称構造の場合は対称振動と逆対称振動を別々に取扱うことにより実際の計算では6箇宛の振動方程式を解くことになる。

計算の結果は橋横方向の第1次固有振動周期，橋長方向の第1次固有振動周期および動揺振動の周期はそれぞれ1.068 sec，1.079 sec，1.063 sec となる。

地震動に対する強制振動は地動を振幅1.825cm，周期0.7sec.（震度=0.15）なる正弦振動とし構造物の減衰性を無視すれば橋脚柱頭の最大弾性変位は橋横方向からの地動によっては 2.92cm（脚番1），3.35cm（脚番2），3.20cm（脚番3）となりこれに対し震度0.15として静的に計算したものではそれぞれ，4.29cm，4.39cm，4.07cmである。なお，20t車が60km/hrの速度で橋端を通過し終った場合，橋端における振幅が0.30cm程度の動揺振動を発生せしめることが計算から予想せられる。