I －143　　水平横荷重をうける吊橋の弾性安定

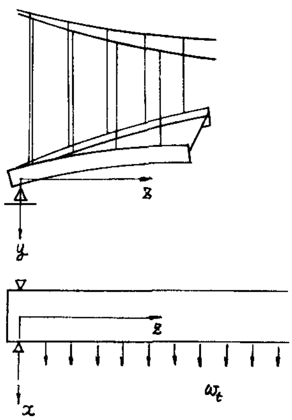
東京大学　工員　　　平井　敦

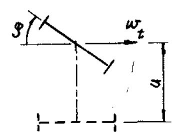
中央大学　工員　○　竹間　弘

吊橋に水平横荷重が作用すると補剛桁は捩れ挫屈を起す現象は東大平井教授により最初に指摘され周知の如くである．然して吊橋の撓み振動と捩れ振動の併成振動の安定条件より，この現象の限界値を導いた．然し各種形式の吊橋の捩れ挫屈に対する限界値を，複雑な境界条件のもとで理論的に解くことは甚だ困難である．こゝにエネルギー法により2,3の吊橋の水平横荷重の作用下における捩れ挫屈に対する限界値を近似的に求めた

水平横荷重の作用のもと，吊橋の捩れ挫屈変形の全ポテンシャルエネルギーはTower及びHangerの影響等を一応消略すれば

次の如く示される．





$$\Pi = \int_L \left[\frac{EI}{2}(u'')^2 + \frac{EC_w}{2}(\varphi'')^2 + \frac{GK}{2}(\varphi')^2 \right] dz - \int_L \left[Hu''u + \frac{Hb^2}{4}\varphi''\varphi \right] dz$$

$$+ \frac{E_c A_c}{L_E} \frac{64f^2}{\ell^4} \left[\left(\int_L u\,dz \right)^2 + \frac{b^2}{4} \left(\int_L \varphi\,dz \right)^2 \right] - \int_L \mathfrak{M}\, u''\varphi\, dz \qquad \cdots\cdots\cdots (1)$$

この全ポテンシャルエネルギーが極小となる条件より挫屈荷重がもとめられる

1.) 単径間吊橋の場合

吊橋補剛桁の境界条件を満足する変形 u, φ を次のようにおく

$$\left.\begin{aligned} u &= A \sin \lambda z \\ \varphi &= B \sin \lambda z \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots (2)$$

こゝに $\lambda = n\pi/\ell$，（$n = 1, 2, \cdots\cdots$）であり，A, B は任意常数である．$\mathfrak{M}$ は水平横荷重による補剛桁に作用する曲げモーメントである．

この(2)式を(1)に代入し且つ，Π が極小になるように A, B を定めるためには

$$\frac{\partial \Pi}{\partial A} = 0 \qquad \frac{\partial \Pi}{\partial B} = 0$$

よりもとめられる．然して A，B が恒等的に零でない条件より限界荷重 q_{cr} が求められる．

$$q_{cr} = \kappa \cdot \frac{\lambda^3}{\nu} \cdot \sqrt{EJ \cdot \overline{GK}} \qquad \lambda = \frac{2\pi}{\ell}$$

$$= \kappa \cdot \frac{70.07}{\ell^3} \sqrt{EJ \cdot \overline{GK}} \qquad \cdots\cdots (3)$$

こゝに

$$EJ = EI + \frac{2H}{\lambda^2} = EI + \frac{\ell^2}{2\pi^2} H$$

$$\overline{GK} = EC_w \lambda^2 + GK + \frac{Hb^2}{2} = EC_w \frac{4\pi^2}{\ell^2} + GK + \frac{Hb^2}{2}$$

$$\nu = \frac{\lambda^2 \ell^2}{12} + \frac{1}{4} = \frac{4\pi^2}{12} + \frac{1}{4}$$

$$\kappa = \frac{c^2\ell^2 \cosh \frac{c\ell}{2}}{8\left(\cosh \frac{c\ell}{2} - 1\right)} \qquad c\ell = \sqrt{\frac{2H}{EI_y}}\ \ell$$

この限界荷重は平井の導いた値と殆ど同じ結果が得られた．

2)．側径間を有する吊橋．

境界条件を満足する変形を

側径間に対し

$$u_1 = A_1 \sin \lambda_1 z \qquad \text{及び} \qquad -A_1 \sin \lambda_1 z$$

$$\varphi_1 = B_1 \sin \lambda_1 z. \qquad\qquad -B_1 \sin \lambda_1 z$$

中央径間に対し

$$u = A \sin \lambda z, \qquad \varphi = B \sin \lambda z$$

とし単径間の場合と同様にして限界荷重をもとめると

$$q_{cr} = \kappa \frac{\lambda^3}{\nu_s} \sqrt{EJ_s \cdot \overline{GK}_s}$$

こゝに

$$EJ_s = EI + \frac{2H}{\lambda^2} + \left(\frac{1}{8\alpha^3} EI_1 + \frac{H}{\alpha\lambda^2} \right) \cdot \beta^2$$

$$\overline{GK}_s = EC_w\lambda^2 + GK + \frac{Hb^2}{2} + \left(\frac{1}{8\alpha^3} EC_{w1}\lambda^2 + \frac{1}{2\alpha} GK_1 + \frac{1}{4\alpha} Hb^2 \right) \cdot \gamma^2$$

$$\nu_s = \frac{4\pi^2}{12} + \frac{1}{4} + \left(\frac{\pi^2}{6} + \frac{1}{2} \right) \alpha \cdot \beta \cdot \gamma$$

$$\ell_1 = \alpha \ell, \qquad A_1 = \beta A, \qquad B_1 = \gamma B$$

3）連続補剛桁を有する吊橋

境界条件を満足する変形を次の如くおく

$$u = A \sin \lambda z - \frac{A}{2} \sin 2\lambda z$$

$$\varphi = B \sin \lambda z - \frac{B}{2} \sin 2\lambda z \qquad \lambda = \frac{2\pi}{\ell}$$

とおくと限界荷重 q_{cr} は

$$q_{cr} = \kappa_c \frac{\lambda^3}{\lambda_c} \sqrt{EJ_c \cdot \overline{GK}_c} \qquad EJ_c = 5EI + \frac{\ell^2}{\pi^2} H.$$

$$\overline{GK}_c = 5EC_w \frac{4\pi^2}{\ell^2} + 2GK + H \cdot b^2$$

以上述べた如く換れ推屈に対する限界荷重が与えられる．