

東京大学工学部 正員 平井 敦
 中央大学理工学部 〃 岡内 功
 東京大学工学部 〃 〇 宮田 利雄

1. はじめに この小論文においては、吊橋の耐風安定性に対する吊橋の力学的特性の影響、特に、側径間並みに塔の影響について、更に、変動する風の耐風安定性に及ぼす影響についての解析及び、その風洞実験の報告をする。

2. 吊橋の耐風安定性に対する側径間の影響について

(2-1) 換算バネ定数 吊橋の側径間の力学的特性は、補剛桁が各径間において単純支持されている場合、ケーブルを通して現われる。この効果をバネ定数 k 、質量 m_0 のスプリングによって代替させるとする。即ち、固有振動数が等しくなるように定めると、鉛直撓み振動に対しては、

$$k = \frac{2E_c A_c}{L_E} \left(\sqrt{\frac{C_0}{C_0 - 1}} - 1 \right) \quad (1) \quad \text{但し, } C_0 = \frac{C_3 (10mW^2 - 730C_1 - 62C_2)}{9(mW^2 - C_1 - C_2)(mW^2 - 81C_1 - 9C_2)}, \quad C_1 = \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 EI, \quad C_2 = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 H_W, \quad C_3 = \frac{5/2 f^4 E_c A_c}{\pi^2 L^3 L_E}$$

又、塔の頂部に橋軸方向に力 P を加え、その時の変位 δ との比から定めると、 $k = P/\delta$ より*)

$$k = \left[-\frac{L_{ES} L_{EM}}{L_E E_c A_c} + \frac{16 f}{\pi L} \frac{L_{ES}}{L_E} \left(K_1 + \frac{K_2}{3} + 2 \frac{L f}{L_1 f} \bar{K}_1 \right) - \frac{16 f}{\pi L} \frac{f}{L_1} \bar{K}_1 \right]^{-1} \quad (2)$$

$$\text{但し, } \begin{vmatrix} C_1 + C_2 + 2C_3 & \frac{2}{3}C_3 & \frac{4Lf}{L_1 f}C_3 \\ \frac{2}{3}C_3 & 8/3 C_1 + 9C_2 + \frac{2}{3}C_3 & \frac{4Lf}{3L_1 f}C_3 \\ 2\frac{f}{L_1}C_3 & \frac{2f}{3L_1}C_3 & (\frac{f}{L_1})^2 C_1 + C_2 + \frac{4f}{L_1}(\frac{f}{L_1})^2 C_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \bar{K}_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{128fL_{ES}}{\pi L^2 L_E} & -1 \\ -\frac{1}{3} & \frac{f}{2f} \frac{L_{EM}}{L_{ES}} \end{vmatrix}$$

この値に、塔のバネ定数 k_0 を加えれば、側径間並みに塔の影響をスプリングに2置換し得るものと思われる。

(2-2) 風洞実験 前項に述べたバネ定数を持つスプリングによってケーブルの端末条件を合わせ、吊橋の中央径間を単径間とする模型について風洞実験を行なった。このとき、スプリングを付からせない場合、即ち、ケーブル端部を固定したケースを実験し、比較している。その一例を示すと次のようになる。モデルは中央径間1500mmの設計試案を対象としている。換算スプリングのバネ定数は $k = 2.51 \text{ kg/cm/cable}$ である。実験において得られた模型の固有振動数を表-1に示すが、撓み及び、撓みでは、スプリングが付らいた場合(記号をSとする)には対称一次振動数が非対称一次のそれより低く、固定された場合(F)にはこの関係が逆になっている。

表-1 模型の固有振動数 cps

	鉛直撓み		撓み		撓み	
モード	Sx.1	Asx.1	Sx.1	Asx.1	Sx.1	Asx.1
S	0.834	0.92	1.40	2.05	0.44	0.89
F	1.23	0.92	2.54	2.03	0.44	0.90

模型の断面形は、I) 主要の断面(南床)、II) Iを肉床とした断面、III) IIの床の外側にプレートをおいたプレートカン型式、のように変化させた。

*) 平井、伊藤：吊橋主塔の動的弾性安定、昭和40年 第20回学術講演会(I-39)

(2-3) 実験結果

(i) 自励振動 I の断面では風圧による

横揺れが大きく、自励振動は現れず、II, III では図-1 に示すように各迎角に応じてフラッター振動の発生が認められた。モードの別は、II, III とともに、スプリングが外れた場合(S)は対称一次、固定した場合(F)は、逆対称一次の振動であった。図-1 は振幅風速 V を、振動時の振動数 N 及びケーブの剛性 b に割った値を縦軸にしている。図において、F 及び S の両ケースの内で、 V/Nb の値に若干の差が認められるが、これは、振動モード、減衰率の相違、振幅風速 V の相対的な違いによる横揺れの差などの影響によるものと考えられる。

(ii) 横揺れ 風圧による水平方向の変形については、F 及び S の両ケースとも、揺れ、曲げモーメントに差が認められなかった。(図-2) 但し、この実験では、塔の橋軸直角方向の揺れの影響は考慮されていない。

(iii) 橋座屈 I の断

面において、F, S の両ケースともに水平方向の変形が大きくなり、橋座屈現象は観測されなかった。ちなみに、水平方向の揺れを考慮した限界風速を計算すると上表のようになる。計算式は本講演会に別発表された。

3. 風の変動性が吊橋の耐風安定性に及ぼす影響について

(3-1) 変動風実験

我々は、前に、変動する風による吊橋の強制振動効果について実験的に確かめ、これを報告したことがある。一方、吊橋の耐風安定性を決める諸現象に、風圧による水平方向の横揺れ、橋座屈、並びに自励振動が挙げられる。これらの諸現象が、風に変動性がある場合、一定な風的作用する場合に比べ、その限界風速が上がるのか、下がるのか解明される必要がある。以上の問題を明らかにする上から変動風実験を行なった。

変動風の発生は、風洞の吹出口 (1.9 m × 1.6 m) に厚さ 1 cm の杉板にて格子をつくって置き、これに風を吹送して乱流を起し、模型に作用させた。格子は遮蔽部、開放部の面積が等しくなるようにつくられている。変動する風は熱線風速計によって測定し、アナログ演算によってパワースペクトル $S_v(f)$ 、二乗平均値 $\overline{v^2}$ を求めた。その一例を図-3, 4 に示す。 $\overline{v^2}$ の値は平均風速の二乗 $\bar{V}^2$ にほぼ比例した結果が得られている。

(3-2) 変動する風の吊橋の弾性安定に及ぼす影響について

風圧が時間的に変動する場合、吊橋補剛桁の橋座屈現象は、動的

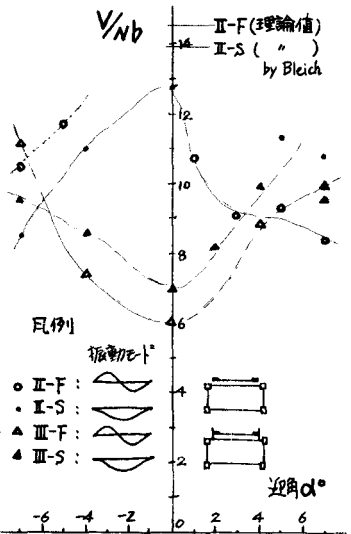


図-1 自励振動の振幅風速

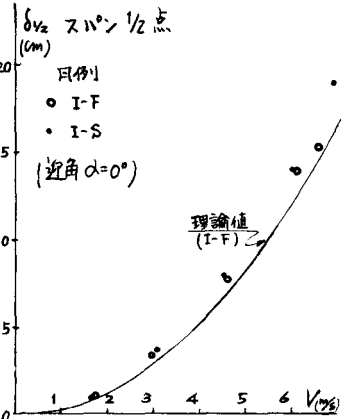


図-2 風圧による横揺れ

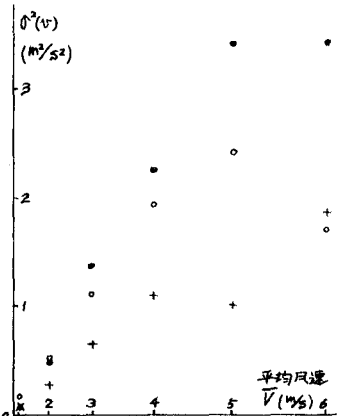


図-3 変動風速の二乗平均値

な弾性不安定現象へ発展すると考え、パラメトリック不安定の見地から、不規則に変動する風による吊橋の横座屈現象をとりこめることにする。

(i) 横座屈に関する基礎方程式

外力が変動する場合の、任意時間における釣合方程式は、

$$\begin{cases} EI \frac{\partial^4 \eta}{\partial z^4} - 2H_w \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} - h_2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (mp \varphi) \\ - (\delta + Ca) pb \varphi + m \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = 0 \quad (3a) \\ mp \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} + EC_w \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - (KG + \frac{b^2}{2} H_w) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \\ - \frac{b}{2} h_2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \delta_1 pb^2 \varphi + \theta_2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (3b) \end{cases}$$

ここで、変動する拉力 $R(t)$ が支向方向に一樣に作用と考えると、補剛桁の水平面内の曲げモーメント mp は、

$$mp(x, t) = R(t) \cdot Y(x) \quad (4)$$

$Y(x)$ は単位の等分布荷重をうけた場合の曲げモーメントである。拉力 $R(t)$ は、変動する風速、平均風速 $\bar{V}$ と変動する成分 $r(t)$ とに分けて、

$$V(t) = \bar{V} + r(t) = \bar{V} \left[1 + \frac{1}{\bar{V}} \int_0^t v(f) \sin(2\pi f t + \phi_f) df \right] \quad (5)$$

と表すと、

$$R(t) = \frac{1}{2} [C_0 V(t) |V(t)| + C_m f \frac{A_0}{V} \frac{dV(t)}{dt}] = R_0 \left[1 + \frac{2}{\bar{V}} \int_0^t v(f) \chi_a(f) \sin(2\pi f t + \phi_f + \phi_{\frac{dV}{dt}}) df \right] \quad (6)$$

となる。式(3)の解を

$$\eta(x, t) = \sum_n U_n(t) \chi_n(x), \quad \varphi(x, t) = \sum_n \Xi_n(t) \psi_n(x) \quad (7)$$

と置き、式(3)に代入すると、次のような振動方程式が得られる。

$$C \ddot{f} + [E - R(t)A] f = 0 \quad (8) \quad \text{但し、} f = \begin{pmatrix} U_n(t) \\ \Xi_n(t) \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} \frac{1}{\omega_{n2}^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\omega_{nq}^2} \end{pmatrix}$$

及び、 $A = \begin{pmatrix} 0 & a_2 \\ a_4 & 0 \end{pmatrix}$ により、 a_2, a_4 は静的な安定条件を表す式で、

$$|E - RA| = 0 \quad (9)$$

の解 R_* と、 $R_* = 1/\sqrt{a_2 a_4}$ なる条件を満足する。 R_* は、吊橋の横座屈風速値を表す限界風速値である。 ω_{n2}, ω_{nq} は n 次の鉛直撓み、捻みの固有振動数である。

(ii) 動的弾性不安定現象の限界値 R_{**}

式(8)から、系の振動数 $\Omega(t)$ を求めると、これは方程式

$$|E - R(t)A - \Omega^2(t)C| = 0 \quad (10)$$

の根である。即ち、
$$\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega_{n2}^2}\right) \left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega_{nq}^2}\right) - \frac{R^2(t)}{R_*^2} = 0 \quad (11)$$

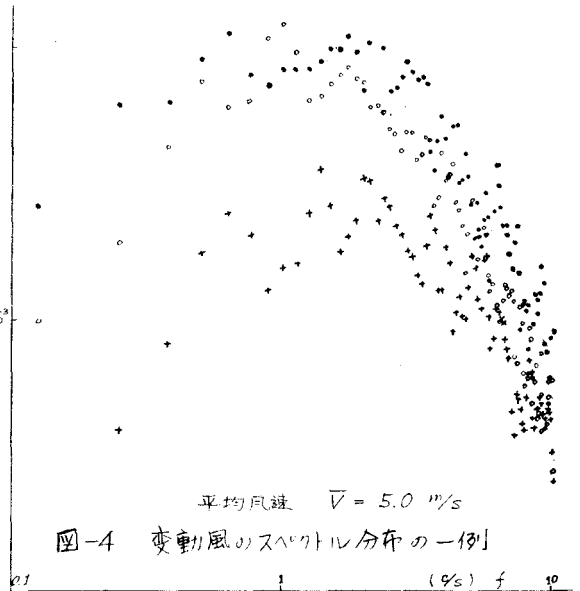


図-4 変動風のスペクトル分布の一例

平均風速 $\bar{V} = 5.0 \text{ m/s}$

(%) f 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

0.1 1 10

10^-2 10^0

この解 $\Omega^2(t)$ をフーリエ展開して,

$$\Omega^2(t) = \omega^2 \left(1 - \mu_0 - \sum_{n=1}^{\infty} 2\mu_n \cos n\theta t \right) \quad (12)$$

とかくと、式(8)から不安定領域を決定する境界振動数方程式は,

$$\theta_* \approx \frac{2\omega}{n} \sqrt{(1-\mu_0) \pm \mu_n} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (13)$$

ここで、一次の不安定領域 ($n=1$) を与える θ_* を 0 とかくとき、動的な外力が作用する場合の不安定現象を静的に律することと等価である。即ち,

$$\mu_0 + \mu_1 = 1 \quad (14)$$

μ_0, μ_1 は式(11), (12) から

$$\mu_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X(t) dt, \quad \mu_1 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X(t) \cos \theta t dt \quad (15), (16)$$

但し, $X(t) = \frac{R^2(t)}{(1-\delta)R_*^2} - \frac{\delta R^4(t)}{(1-\delta)^3 R_*^4} + \frac{2\delta^2 R^6(t)}{(1-\delta)^5 R_*^6} - \dots$, $\delta = \omega_n^2 / \omega_{ng}^2 \ll 1$

ところで、外力 $R(t)$, 即ち、 $Y(t)$ が不規則に変動する場合、 μ を一義的に定めることは不可能であるので、変動成分のパワー ρ , 即ち,

$$\rho = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} Y^2(t) dt \quad (17)$$

を考慮する。式(15), (16)において $T \rightarrow \infty$ とすると,

$$\mu_0 + \mu_1 = \frac{1}{(1-\delta)R_*^2} (R_0^2 + \rho) + \dots \approx \frac{1}{R_*^2} (R_0^2 + \rho) \quad (18)$$

式(14)から、この値を 1 とかくことにより、外力が変動する場合の弾性不安定現象の限界値 R_{**} を求めることが出来る。即ち,

$$R_{**}^2 = R_*^2 - \rho \quad (19)$$

式(6)より, $\rho = 4R_0^2 \int_0^{\pi} |\chi_a(t)|^2 \frac{S_v(t)}{V^2} df$ (20)

但し、 $S_v(t)$ は、風速の変動成分のパワースペクトルである。

式(19)は風速で表わすと,

$$V_* = V_{**} \left(1 + 4 \int_0^{\pi} |\chi_a(t)|^2 \frac{S_v(t)}{V^2} df \right)^{1/4} \quad (21)$$

今、 $|\chi_a(t)| \approx 1$, $0^2(v)/V^2 = \int_0^{\pi} S_v(t)/V^2 df \doteq \text{const.}$ とかくと,

$$V_{**} \approx V_* (1 - 0^2(v)/V^2) \quad (22)$$

となる。

(3-3) 実験結果 橋座屈現象について一定風、及び変動風テストによる実験値と計算値

を示す表-2 のようになる。式(22)による計算結果は、表-2 橋座屈風速 $\sim$ (m/s)

大体の傾向を明らかにしていると考えられる。模型に於いて

認めらる座屈液形は逆対称一次であった。

なお、変動する風による鉛直撓み、撓み振動の強制振動効果、水平方向の横撓み、及び自励振動の実験結果並

びに解析については、又、別の機会に発表したいと考えている。

MODEL	V_* 一定風	計算値	V_{**} 変動風	計算値
AOP($\alpha=0^\circ$)	8.6	—	7.0	7.5
"($\alpha=0^\circ$)	9.12	9.08	>6.7	8.0
"($\alpha=0^\circ$)	8.4	—	4.8	6.4
AST($\alpha=0^\circ$)	7.12~7.3	7.19	6.1~7.1	6.5
ASP($\alpha=0^\circ$)	$\doteq 7.9$	7.09	6.7	7.0