

京都大学工学部 正員 山田善一

大木 大林組 正員 後藤洋三

I まえがき 我々は長大フリ橋の耐震設計に関する研究の一環として、Center span 1500m級のフリ橋のタワーおよびピアーの地震応答を解析して見たが¹⁾、ここでは粘性減衰の取扱いと各次モードの減衰と連成の問題および地盤特性の変化が系の振動特性におよぼす影響と弾塑性レスポンスの解析結果について発表する。

II 基礎方程式 図-1に示すように抽象化したモデルに於てタワー部とピアー部のそれぞれに於て運動方程式を求めると、

$$\text{タワー} \quad m_i \ddot{x}_i + \sum_j f(x_j, \dot{x}_j; t)_{ij} = -m_i \ddot{z}_0 \quad (1)$$

$$\text{ピアー} \quad \begin{cases} m_p (\ddot{x}_p + e \ddot{\varphi}) + f(\varphi, x_p, \dot{\varphi}, \dot{x}_p; t)_p = -m_p \ddot{z}_0 \\ m_p r^2 \ddot{\varphi} + e m_p x_p + f(\varphi, x_p, \dot{\varphi}, \dot{x}_p; t)_q = -m_p e \ddot{z}_0 \end{cases} \quad (2)$$

ピアーとタワーの接合条件

$$\begin{cases} \varphi h = x \\ \varphi = -x' \end{cases} \text{ at Tower Base} \quad (3)$$

(1), (2)式と(3)により結局すれば、タワー・ピアー系の一般的な運動方程式が得られる。

$$\sum_j M_{ij} \ddot{x}_j + \sum_j F(x_j, \dot{x}_j; t)_{ij} = -\tilde{M}_i \ddot{z}_0 \quad (4)$$

復元力の項Fが線形の場合 matrix notationによれば次式を得る。

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = -[\tilde{M}]\{\ddot{z}_0\} \quad (5)$$

III 粘性減衰の問題点 動的な地震応答解析が進歩するに従い、粘性減衰の役割が注目されてきたが、その取扱いは、定性的にも定量的にもおぼろげなのが現状である。すなわち(5)式における減衰項[C]は[M]に比例あるいは[K]に比例する形が一般に使われているが、これは model analysis の概念が適用できるようにするための便宜的な選定にすぎないように思われる。そこで、各次の減衰を任意に与えておかつモード間へ連成の生じない条件を考えてみる。normalized mode [V]を使って(5)式を基準座標系に変換すれば、

$$\{\ddot{\eta}\} + [V]^T [C] [V] \{\dot{\eta}\} + [\omega^2] \{\eta\} = [V]^T [\tilde{M}] \{\ddot{z}_0\} \quad (6)$$

各次の減衰定数 β_i を diagonal に仮定したマトリックス $[D(\beta_i)]$ を考えれば

$$[V]^T [C] [V] = 2 [D(\omega_i)] [D(\beta_i)] \quad (7)$$

$$\text{従って } [C] = [V] [D(2\omega_i \beta_i)] [V]^T \quad (8)$$

により $[C]$ が与えられ、この形であればモード間の連成は生じない。

これとは逆に一般的に Damping Matrix $[C]$ が与え、各次の減衰定数 β_i を決定するためには、各モード 1 cycle 内に消失されるエネルギーを考慮することによって、次式を得る。

$$\beta_i = \frac{\Delta E}{4\pi E} = \frac{\sum V_{ji} C_{ji} V_{ki}}{\sum 2\omega_i V_{ji} V_{ki}} \quad (9)$$

さらに C_{jk} の具体的な値の決定は、図-2 のごとくダッシュポットの幾何学的な配置を考え、各構造要素のエネルギー吸収性を導入して決定すればよいことになる。減衰機構がいまだ明確でない現在、このような方法で β を決定し、それに物理的な意味があると考えるのは若干の飛躍がともなうがタワー-ピアー連成系等においては、タワー部とピアー部の減衰機構の相乗効果を能率的に取扱うのに有効であると考えらる。表-1 に示す周期とモードをもつ系について、タワー部の減衰を2%とし、ピアー部の減衰を2%から40%まで変化させ β_i を求めた場合を表-1 に示す。ピアーの減衰の増加は、ピアーが大きく振れる2つのモードの減衰に主として影響し、ピアー部の β とはほぼ等しい値の β を持つことがわかる。従ってピアー部が大きくて oscillator として働くタワー-ピアー系の連成振動においては、下部構の減衰性が上部構のレスポンスに大きな影響を与えたと考えられる。

減衰による各モード間の連成を考慮する場合には、それぞれのモード内に位相差を導入すれば、解析的に取扱いうる。多質点系の場合、次式に示すような方程式を考えれば、複素領域まで拡張したモード振動数が得られ解析可能である。

$$\begin{bmatrix} 0 & M \\ M & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \dot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -M & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

タワー-ピアー系に相似させた質点系モデルについて行った解析結果から、ピアー部の減衰性の増加は、位相差に比較的大きな影響を与えろが、モードの絶対値そのものには大きな変化を与えないことが能確である。

IV 地盤特性による振動特性の変化 解析の対象としているモデルは、タワー部に比べピアー部が非常に小さいため、この系の連成振動には若干の特徴がある。図-3 は地盤係数を水平軸とし、自由振動における各次の振動数をプロットして得られる曲線を示す。図における点線はピアーのみを考えた場合のロッキングの振動数を示す。ピアーのロッキングの影響は、ひとつまたはそれと近接する他のひとつのモードと顕著に現われ、その他のモードにはほとんど現われない。実用上問題となる地盤係数においては、2次あるいは1次モードが大きく影響を与えているが、ある地盤係数においては隣接する2つの振動数が接近し、従ってモードも接近することがわかる。この状態は oscillator としてのピアーの固有周期がタワーの固有周期と一致してくる場合で、このような現象を appendage の振動として扱った研究もある。この附近ではレスポンスは若干大きくおろが2つのモード重なり

ているため応答スペクトルを使った modal analysis の解は一般に過大値を与える。その差の例を図-4に示す。

以上の研究と平行して、(4)式の外力項に地震記録 (E.L.Centro 1940年 N-S成分) を導入し、Newmark's β -method によって、数値積分することによりレスポンスを求める定量的な研究を行ってきた。図-5は地盤係数を水平軸にとり鉛直軸に赤が保有したエネルギーの最大値をプロットし、スペクトル図を作成したものである。解析例が現在のところ不充分で一般的結論を引くことができないが、タワーのエネルギーは地盤より大きな変化を受けていないが、ピアー節はかなり変化しており、前に述べたピアーとタワーの共振点では若干低下している。これは共振によりタワーにエネルギーが吸収され、ダンピングにより消失されたと考えられる。

V 弾塑性応答 地盤の回弾塑性に図-6に示す Strain hardening を持つ bi-linear の弾塑性特性を持たせ、先に同じく E.L.Centro の地震波を作用させたときの応答を数値積分により求め、応答を最小にするための最適ダクティリティーの存在や、弾塑性の等価粘性減衰は、理論上16%を越え得ないこと等、多くの研究がすでになされているが、三種の地盤係数において行った計算結果を図-7に示す。ductility factor μ を変化させることにより最大1/2位まで応答を低減できる点と $\mu > 4.0$ では低減効果は期待できず、過大な値になると応答をむしろ増加させることがわかる。図-8は、地震開始時から構造物に導入していくエネルギーをパラメータとして示したものである。 μ を大きくしていくと構造物が保有するエネルギーは減少していくが、地盤の塑性吸収エネルギーは急激に増加していくため、地盤の stability の点から μ を大きく取るとは限界が生じると考えられる。

参考文献

- 1) 小西, 山田, Studies on the behavior of Suspension bridge tower and pier systems to earthquake ground motion, Proceedings of the Third World Conference on Earthquake Engineering.

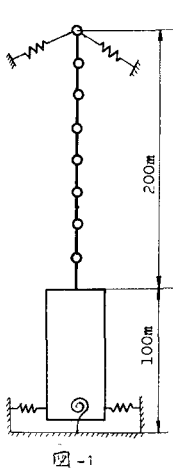


図-1

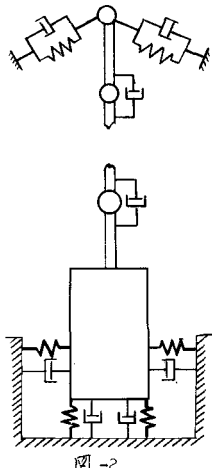


図-2

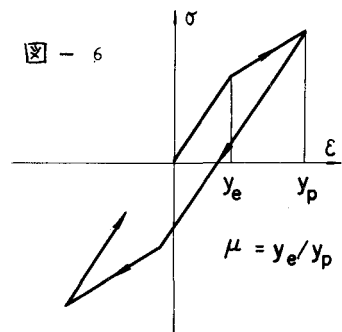


表-1
Circular Frequency & Modes of Pier Part

Mode	1st	2nd	3rd	4th	5th
ω^2	4.955	24.74	179.2	584.2	1228.0
xp	0.1264	-0.1005	-0.2484	-0.5245	-0.9398 $\times 10^{-4}$
ξ	0.7226	-0.1686	-0.0707	-0.0399	-0.0197 $\times 10^{-4}$

Damping					
B: Tower	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
B: Pier	0.02	0.05	0.10	0.20	0.40
β_1	0.0200	0.0487	0.09658	0.1923	0.3838
β_2	0.0200	0.0204	0.0210	0.0224	0.0247
β_3	0.0200	0.0200	0.0201	0.0201	0.0202
β_4	0.0200	0.0200	0.0200	0.0201	0.0202
β_5	0.0200	0.0200	0.0201	0.0201	0.0202
β_6	0.0200	0.0200	0.0201	0.0202	0.0205
β_7	0.0200	0.0205	0.0214	0.0232	0.0268
β_8	0.0200	0.0494	0.0984	0.1964	0.3925
β_9	0.0200	0.0201	0.0203	0.0206	0.0212
β_{10}	0.0200	0.0200	0.0200	0.0201	0.0202

