

日本交通技術(株) 正員 青柳史郎

全 上 正員 柴田定昭

吊橋の主塔および橋脚の耐震応答は、吊橋の全振動系から主塔および橋脚だけを分離して解析できる。橋脚方向の応答では、主塔を変断面梁とみなしてよい。また、橋脚の剛性や質量分布が主塔部分のそれと格段に違ひ、ケーブルによる塔頂の拘束力も大きいので、主塔、橋脚の振動系から更に主塔だけを単純にとり出して、一端ピン、他端固定の梁とみなして応答を解析することも行われている。しかし、長大吊橋では橋脚のロッキングの周期が、多くの場合、主塔の1次または2次の振動周期付近にあるので、橋脚をも振動系にとり入れて解析する必要がある。また、ケーブルや補剛桁も主塔、橋脚の振動特性に影響を及ぼすが、この効果は塔頂に作用するバネと付加質量として処理できる。このときの換算方法には、なお若干の検討を要するが、これらはいずれにしても設計の立場のらみて重要な主塔基部や橋脚の応答にはあまり影響しないので、ここでは付加質量としては側径間および中央径間の死荷重のそれぞれの半分の質量に換算したものとし、またバネ定数 k_c を小西、山田の方法⁽¹⁾にならって次式の値とする。

$$k_c = E_c A_c \left(\frac{1}{L_c} + \frac{1}{L_s} \right)$$

$$k_c \text{ 但し、 } L_c = \int_0^{l_c} \sec^3 \theta_c dx \quad L_s = \int_0^{l_s} \sec^3 \theta_s dx$$

θ_c, θ_s : 中央径間および側径間でのケーブル傾斜角

l_c, l_s : 中央径間長および側径間長

応答計算はデジタル計算機にやらなければならないが、そのために主塔部分の質量を有限個の質点に集中させ、有限個の自由度を持った振動系として解析する。そのとき各質点の質点について次の運動方程式が成立つ。

$$m_i \ddot{y}_i + \sum_j P_{ij} = 0 \quad (1)$$

m_i は質点 i の質量であり、 y_i は質点 i の横変位である。また P_{ij} は質点 j の変位によって質点 i に生ずる復元力を表わす。橋脚部分に関しては、これを主塔に連続する梁とみなして主塔と同様断面の質点に分けて①と同じ形の運動方程式が成立つとし、全質点についての方程式を連立させることも可能であるが、橋脚断面が大ききその回転慣性が無視できないとき質点に分ける方法は正しくない。そこで橋脚断面についてはモーメントの釣合いから運動方程式を導く。

$$I_G \ddot{\theta} + m_0 k_0 \ddot{y}_0 + \sum_j M_{0j} = 0 \quad (2)$$

ただし、 I_G : 橋脚重心まわりの回転慣性、 m_0 : 橋脚質量、 k_0 : 橋脚重心高さ、 M_{0j} : j 点の変位によって橋脚に生ずる復元モーメント。なお、橋脚基部は地動に対して相対変位を生じないものとする。

今、塔頂のバネの固定端と橋脚基部との変位が同一の変位 $y_0(t)$ に拘束されているものとする、 $y_0(t)$ に対する各点の相対変位 ξ_i を導入し、①、②は次の右列の形の連立方程式に書き直さう。

$$\xi_i = y_i - y_0 \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{I_0}{h_0^2} & & 0 \\ & m_1 & \\ 0 & & m_I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}_0 \\ \ddot{z}_1 \\ \vdots \\ \ddot{z}_I \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{M_{00}}{h_0} & \frac{M_{01}}{h_0} & \cdots & \frac{M_{0I}}{h_0} \\ k_{10} & k_{11} & \cdots & k_{1I} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{I0} & k_{I1} & \cdots & k_{II} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_0 \\ z_1 \\ \vdots \\ z_I \end{Bmatrix} = -\ddot{y}_0 \begin{Bmatrix} m_0 \\ m_1 \\ \vdots \\ m_I \end{Bmatrix} \quad (4)$$

ただし、 $I_0 = I_0 + m_0 h_0^2$; 橋脚基部まわりの回転慣性、 I ; 主塔部分の質量数

④の左辺第2項の行列 $[K]$ は各質点に着目した場合のたわみの影響係数行列を要素とする行列の逆行列として計算できる。なお橋脚に關しても橋脚重心に着目して同様に処理できる。

④の解 $z_i(t)$ は、④の右辺を0とする自由振動の式から求まる固有振動数 ω_n (n ; モード数)とそれに対応する固有ベクトル列 $\{\phi_i\}_n$ を用いて、

$$z_i = \sum_n \phi_{in} Y_n \quad i = 0, 1, \dots, I \quad n = 1, \dots, I+1 \quad (5)$$

と表わすことができる。 Y_n は各モード n に対する一般化座標で、これは⑤を④に代入し、 $\{\phi_i\}_n$ の直交性を考慮して得られる次式を解いて決定できる。

$$\ddot{Y}_n + \omega_n Y_n = -\frac{R_n}{M_n} \ddot{y}_0 \quad (6)$$

ただし、 $R_n = \phi_{0n} m_0 + \phi_{1n} m_1 + \dots + \phi_{In} m_I$; Participation factor

$M_n = \phi_{0n}^2 \frac{I_0}{h_0^2} + \phi_{1n}^2 m_1 + \dots + \phi_{In}^2 m_I$; Generalized mass

減衰係数 μ が比較的小さいとき、振動モード $\{\phi_i\}_n$ は影響しないとして、⑥式の左辺に $2\mu\omega_n \dot{Y}$ を加えることによって近似的に減衰効果を加味できる。そのとき Y_n は次式のように求まる。

$$Y_n = -\frac{R_n}{M_n \omega_n} \int_0^t \ddot{y}_0(\tau) e^{-\mu\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_n \sqrt{1-\mu^2} (t-\tau) d\tau \quad (7)$$

⑦から Y_n が求まれば変位 z_i は⑤より決定され、また曲げモーメントの応答やせん断力の応答も④に於ける係数行列および曲げモーメント、せん断力の影響係数を用いて同様に求まる。

⑦における $\ddot{y}_0(t)$ がいわゆる地動である。この地動 y_0 を与えるとき吊橋の主塔および橋脚の耐震応答を計算できる。

具体的な応答計算には、地動として過去の地震記録をデジタル化したものが使用される。デジタル量としての地震加速度は普通、極大、極小値または中間値についてのみがその時刻との組合せとして与えられる。従って、⑦の積分を実施するためにはその間を線形補間して補間してやる必要が生じる。曲線の想定が異なれば結果にも違いが生じる。そこで本報告では、中央径間長、1,500mの吊橋主塔の設計例を例にとり、橋脚、塔頂バネが振動モードなどに与える影響と、更には地動の補間法の違いが応答値に及ぼす効果とを調べ結果について報告する。

なお、⑦の積分の計算法も次の数値積分の形に直して行った。(Δt; 積分における時間刻み)

$$Y_n(j\Delta t) = -\frac{R_n}{M_n \omega_n} \Delta v(j\Delta t) \quad (7')$$

ただし

$$\Delta v(j\Delta t) = \Delta t [A(j) \sin \omega_n \sqrt{1-\mu^2} j\Delta t - B(j) \cos \omega_n \sqrt{1-\mu^2} j\Delta t] \quad (8)$$

$$A(j) = \ddot{y}_0(j\Delta t) \cos \omega_n \sqrt{1-\mu^2} j\Delta t + e^{-\mu\omega_n \Delta t} A(j-1)$$

$$B(j) = \ddot{y}_0(j\Delta t) \sin \omega_n \sqrt{1-\mu^2} j\Delta t + e^{-\mu\omega_n \Delta t} B(j-1)$$

〔地動の補間法について〕

地動には El Centro 1940, N-S の地震記録で、最大加速度が 200 gal となるよう縮小したものを使用し、補間法としては直線補間による方法、SINE 曲線によつて結ぶ方法、および 3 次曲線によつて結ぶ方法の 3 種類を用いた。即ち、 $t(J)$, $\ddot{y}_0(J)$ ($J=1, 2, 3, \dots$) として与えられている記録から $t(J) < jat \leq t(J+1)$ の範囲にある任意の時刻 jat での $\ddot{y}_0(jat)$ を次のように求めた。

○直線補間 (LN の記号で表す)

$$\ddot{y}_0(jat) = \ddot{y}_0(J) + \frac{jat - t(J)}{t(J+1) - t(J)} [\ddot{y}_0(J+1) - \ddot{y}_0(J)] \quad \text{⑨-i}$$

○SINE 補間 (SN の記号で表す)

$$\ddot{y}_0(jat) = a_1(J) + a_2(J) \sin \pi \frac{jat - \frac{1}{2}[t(J+1) + t(J)]}{t(J+1) - t(J)} \quad \text{⑨-ii}$$

$$a_1(J) = \frac{1}{2} [\ddot{y}_0(J+1) + \ddot{y}_0(J)], \quad a_2 = \frac{1}{2} [\ddot{y}_0(J+1) - \ddot{y}_0(J)]$$

○3 次曲線補間 (TR の記号で表す)

$$\ddot{y}_0(jat) = C_1(jat)^3 + C_2(jat)^2 + C_3(jat) + C_4 \quad \text{⑨-iii}$$

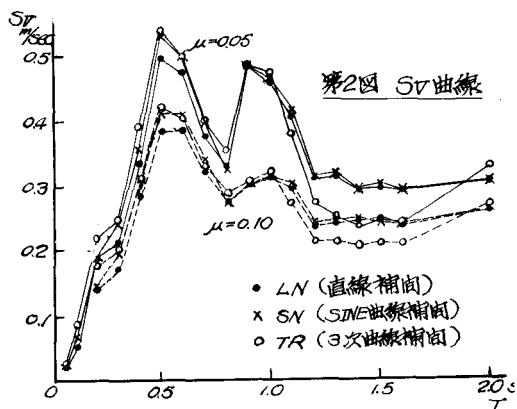
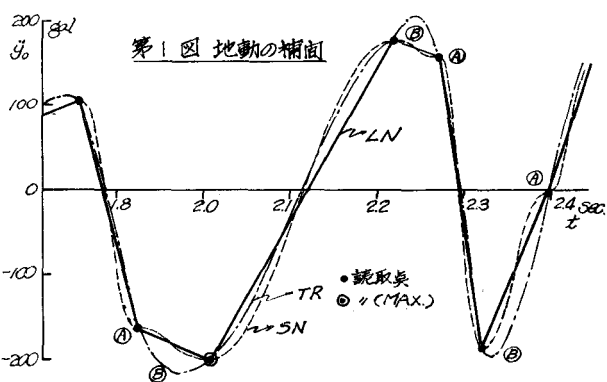
$$\begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} t^3(J-1) & t^2(J-1) & t(J-1) & 1 \\ t^3(J) & t^2(J) & t(J) & 1 \\ t^3(J+1) & t^2(J+1) & t(J+1) & 1 \\ t^3(J+2) & t^2(J+2) & t(J+2) & 1 \end{Bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_0(J-1) \\ \ddot{y}_0(J) \\ \ddot{y}_0(J+1) \\ \ddot{y}_0(J+2) \end{Bmatrix}$$

この 3 種の補間法を用いることによつて、地盤の加速度波形は第 1 図の如く再現されることになる。(図には波形の内最大振幅をとる付近の極小一部を示した。)

●印で示した点と記録に与えられた点である。TR の場合、記録にある極大値よりも大振幅の部分が生じる点(図における ②点)に離れがあり、又 SN の場合、中間点で微係数が 0 となる(図における ④点)所に矛盾がある。いずれも一長一短である。②の Δt は μ と ω とを与えれば決るもので、構造 K は直接関係しない。 Δv の最大値

$$Sv(\mu, \omega) = |\Delta v(\mu, \omega, t)|_{\max} \quad \text{⑩}$$

がいわゆる速度スペクトルといわれるものである。上記 3 種類の方法で El Centro の地動に対して求めた Sv 曲線を $\mu=0.05$, $\mu=0.10$ の場合について第 2 図に示した。横軸には周期 $T (= \frac{2\pi}{\omega})$ をとった。T が小さいとき、TR と SN の結果が近似しており、T が大きいとき、SN と LN の結果が近似している。なお、図には、⑦式の Δt を 0.005 sec. として計算した結果を示した。



[応答計算例]

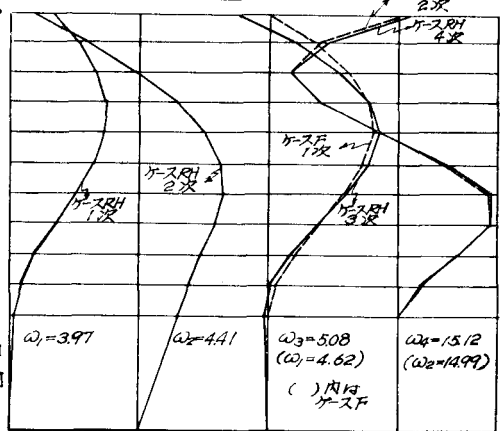
計算に用いた吊橋主塔及び橋脚の諸元を左表に示す。塔頂ビン、塔基部固定の場合(ケースFと称す)と塔頂ビン及び橋脚を考慮した場合(ケースRHと称す)との2ケースについて計算したが、両ケースでの振動モードを第3図に示す。ケースFでの1次、2次のモードもケースRHの3次、4次にそれぞれ重ねて記入した。ケースFの1次とケースRHの4次とは互いによく一致している。ケースFの1次とRHの3次とはそれぞれよくは一致していないが、やはり対応がみられる。RHにおける1次と2次のモードが橋脚のロッキング及び塔頂ビンを考慮したことによって知ったものであると考えられる。橋脚単独の場合のロッキングの振動数は $\omega_r = 4.49 \text{ sec}$ でこれはケースRHの2次の振動数によく一致している。

高さ	質量	断面2次モーメント	軸力
10	210.85	(4260)	28.5
9	189.85	103	34.6
8	168.85	117	40.3
7	147.85	110	44.5
6	126.85	123	48.0
5	105.85	124	53.6
4	84.85	123	63.7
3	63.85	160	71.4
2	42.85	131	85.0
1	21.85	134	89.4
0	0	—	—

高さ $H = 80 \text{ m}$
 重心高さ $\bar{h}_0 = 24.7 \text{ m}$
 回転慣性 $I_0 = 4.74 \times 10^8 \text{ ton} \cdot \text{m}^2$
 質量 $M_0 = 2.77 \times 10^5 \text{ ton}$
 回転バネ $K_r = 9.52 \times 10^9 \text{ ton} \cdot \text{m} / \text{rad}$

(塔頂ビン $K_c = 8.11 \times 10^4 \text{ ton} / \text{m}$)

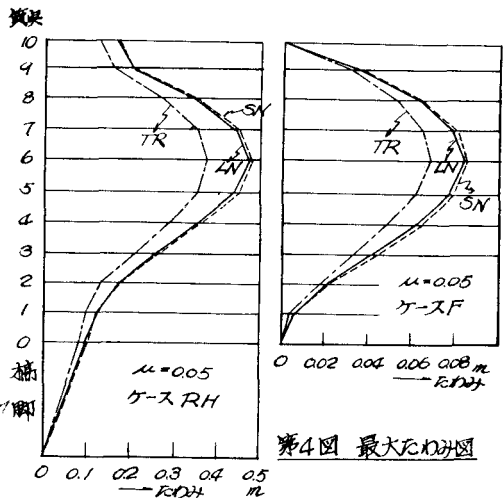
第3図 振動モード



El Centro の地震波に対するたわみの最大応答値曲線を第4図に示した。各質量で最大の応答を示す時刻はそれぞれ異なるが、この時間的なずれを無視し、絶対値での最大応答値を結んで図に示した。応答はそれぞれ3種類の補間法を用いて計算した。LNとSNとでの結果はよく一致している。しかし、第2図(SV曲線)での比較からみて異なった基本振動数をもつ構造については、また違った結果も予想される。どの補間法を用いるべきか本報告の結果からだけでは明確でないが、設計者の立場から考えるときには直線補間LNを用いて充分であるといえよう。厳密には地震記録をデジタル化する段階で、波形を再現するために用いなければならない補間の仕方も規定されるべきであろう。

[文献]

- Ichiro Konishi, Yoshikazu Yamada and Nobuyoshi Takaoka, "EARTHQUAKE RESISTANT DESIGN OF LONG SPAN SUSPENSION BRIDGES." PROCEEDINGS OF JAPAN NATIONAL SYMPOSIUM ON EARTHQUAKE ENGINEERING. 1962.



第4図 最大たわみ図