

大阪大学 正員 小松 定夫

・ ・ ・ 〇 西村 宣男

斜吊桁を有する吊橋、特にモノケーブル吊橋の静的変形に関する基礎方程式の誘導並びにその解析を目的としたものである。吊桁の伸縮を考慮して斜吊桁の特性を撓度式の枠に組み入れた厳密な基礎方程式を導き、GALERKIN法によって解析した。

1. 基礎方程式の誘導

誘導に際して補剛桁の剪断力軸力による変形を無視、端の変形による影響を無視、吊桁はいかなる荷重状態に対しておけるものとする。図-1の如き吊橋が3次元的に変形する場合に生ずる変形成分はケーブルに關し u_c, v_c, w_c 、補剛桁に關し v_s, w_s, φ とする。

ケーブル及び補剛桁における釣合条件として次式が与えられる。

$$F(x) = -A' \quad (1)$$

$$S(x) = -H(y'' + v_c'') - A'(y' + v_c') \quad (2)$$

$$W(x) = -H w_c'' - A' w_c' - W_c \quad (3)$$

$$E_s I_z v_s'' = w + p w - S(x) \quad (4)$$

$$E_s I_y w_s'' - E_s I_y y_m \varphi'' = W_s - W(x) \quad (5)$$

$$E_c G \varphi' - G I_r \varphi' + E_s I_z y_m w_s'' = -\frac{b}{\sin 2\theta} (\cos \theta \cdot W(x) - \varphi S(x)) + p r \cdot e \quad (6)$$

式中、 $F(x)$, $S(x)$, $W(x)$ はそれぞれ x, y, z 方向の換算吊桁力と示す。

更に吊桁と補剛桁の形成するザイルトラスの補剛桁の回転による変形と吊桁力による吊桁の伸縮を考慮することによって、ケーブルと補剛桁の間に次の関係式を与える。(図2参照)

$$v_s - v_c = \frac{b^2 a}{4 d^2} \frac{S(x) - S_0}{A_h E_h} \quad (7)$$

$$u_c = d v_s' - \frac{b^2}{a} \frac{F(x)}{A_h E_h} \quad (8)$$

$$w_s - w_c = d \varphi + \frac{b^2 a}{b^2} \frac{W(x)}{A_h E_h} \quad (9)$$

又ケーブルの変形に關して

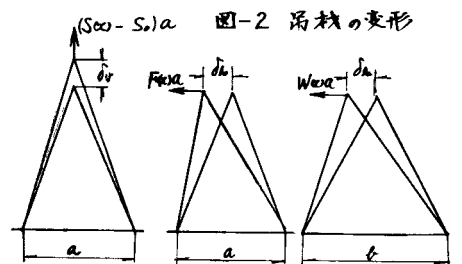
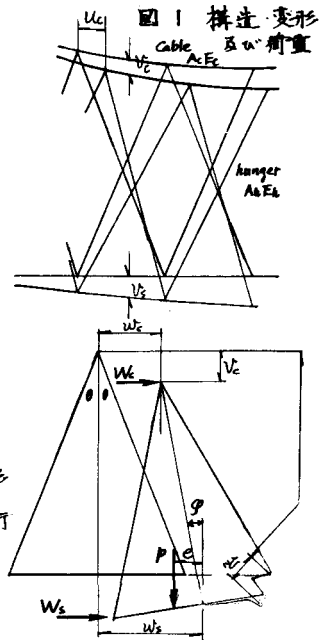
$$u_c' = \frac{h}{E_c A_c} \sec^2 \psi - v' y' \quad (10)$$

以上の式より換算吊桁力及び v_c, w_c を消去すると

$$C_1 H E_s I_z v_s'' + (2 C_1 H + C_1 h') E_s I_z v_s'' + (C_1' H + C_1 h' - 1) E_s I_z v_s'' + H v_s'' + h' (y' + v_s') + p r (1 - C_1' H - C_1 h') + h y'' = 0 \quad (11)$$

$$G (E_s I_y H w_s'' + E_s I_y y_m \varphi'') + (2 C_1 H + C_1 h') (E_s I_y w_s'' + E_s I_y y_m \varphi'') + (C_2' H + C_2 h' - 1) (E_s I_y w_s'' + E_s I_y y_m \varphi'') + H w_s'' + h' w_s' - H d \varphi' - (2 H d' + h' d') \varphi' - (H d'' + h' d'') \varphi + W_c - (C_2' H + C_2 h' - 1) W_s = 0 \quad (12)$$

$$E_c G \varphi'' - G I_r \varphi' + E_s I_z y_m w_s'' = (b / \sin 2\theta) \left\{ -\cos \theta [C_2' (E_s I_y w_s'' + E_s I_y y_m \varphi'') - W_s] + 2 C_2' (E_s I_y w_s'' + E_s I_y y_m \varphi'') \right\}$$



$$+ G(E_s I_y W_s'' + E_s I_y y_H \varphi''') + W_s' - d' \varphi - 2d \varphi' - d \varphi'' \} + k' \{ C_1'(E_s I_y W_s'' + E_s I_y y_H \varphi'' - W_s) + C_2'(E_s I_y W_s'' + E_s I_y y_H \varphi''') \\ + W_s' - d' \varphi - d \varphi' \} + W_c \} + \varphi \{ H y'' + H \{ V_s' + C_1'(E_s I_x V_s'' - p(x)) + 2C_2'(E_s I_x V_s'' + C_1 E_s I_x V_s'' \} + k' y' \\ + k' \{ V_s' + C_1'(E_s I_x V_s'' - p(x)) + C_1 E_s I_x V_s'' \} \} + p(x) \cdot e \quad (93)$$

以上(11)~(13)式及び(8), (10) 式がモノキーブリ吊橋の基礎方程式である。

2. 基礎方程式の簡易化 (鉛直変位)

前節で与えた基礎方程式は非常に複雑であるから解される範囲内で簡略化する=とが望ましい。そこで従来の鉛直吊橋の場合と同様に V_s, V_c, V の近似を行うと(11)式より

$$E_s I_x V'' - H V'' - k' (y' + V') - k y'' = p(x) \quad (14)$$

上式には W_s, φ がふくまれていないから、(8), (10)式と共に鉛直変位は独立に解析出来る。式中の非線形項のうち $H V''$ は H の中にふくまれる付加筋力 k の変動が H に較べ充分小さいと思われるから一定値 H_0 と置き、 $k' V'$ は $V' \ll y'$ と考えて省略する。

$$E_s I_x V'' - H_0 V'' - k' y' - k y'' = p(x)$$

(8), (10)式と上式中の k の項を消去すると最終的に u, v に関する連立微分方程式をうる。

$$E_s I_x V'' - H_0 V'' + \left(\frac{d}{C_3} - \frac{y'}{C_4} \right) y' V' - \frac{y''}{C_4} u' - \frac{y'}{C_3} u = p(x) \quad (15)$$

$$u'' - \frac{C_4'}{C_4} u' - \frac{C_4}{C_3} u + y' V'' + \left(y'' - \frac{C_4'}{C_4} y' + \frac{C_4 d}{C_3} \right) V' = 0 \quad (16)$$

3. 基礎方程式の解法

図3に示す単径間吊橋に対し境界条件を満足するように、 u, v に近似函数として $u = \sum b_n \sin \frac{n\pi x}{L}$
 $v = \sum a_n \sin \frac{n\pi x}{L}$ とし、GALERKIN法によって次式が与えられる。

$$E_s I_x a_n \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 + H_0 a_n \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 + \int_0^L \left\{ \left(\frac{d}{C_3} - \frac{y'}{C_4} \right) y' \sum a_n \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} dx - \int_0^L \frac{y''}{C_4} \sum b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} dx \right. \\ \left. - \int_0^L \frac{y'}{C_3} \sum b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} dx \right\} = \frac{2pL}{\pi} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi \xi}{L} \sin \frac{n\pi c}{L} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (17)$$

$$\int_0^L y' \sum a_n \frac{n\pi}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} dx - \int_0^L \left(y'' - \frac{C_4'}{C_4} y' + \frac{C_4 d}{C_3} \right) \sum a_n \frac{n\pi}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} dx - b_n \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \frac{L}{2} \\ - \int_0^L \frac{C_4'}{C_4} \sum b_n \frac{n\pi}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} dx - \int_0^L \frac{C_4}{C_3} \sum b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} dx = 0 \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (17)$$

式中の積分項は数値積分によって求める。数値計算結果及びそれの簡易基礎方程式及びその結果は当日補足説明する予定である。

(記号)

p : 活荷重 e : 活荷重偏心量 W : 死荷重

W_c : ケーブルに対する風荷重。

W_s : 補剛桁に対する風荷重

y_H : 補剛桁の中心から重心までの距離

I_T : 補剛桁の St. Venant のねじれ抵抗

C_s : 補剛桁の重心に関する剛性抵抗

$C_1 = k^2 a^2 / 4 d^2 A E_k$ $C_2 = k^2 a^2 / b^2 A E_k$

$$C_3 = k^2 a^2 / b^2 A E_k$$

図-3 吊橋の荷重状態。

