

斜角支持曲線桁橋の解析

山梨大学工学部 正員 深沢 泰晴

1. はじめに 曲線橋では、曲率半径方向に並んだ支束によって支持される場合(図-1a)が解析上は理想的であるが、実際にはこのような支持状態の曲線橋は比較的少ない。道路あるいは河川をまたぐ場合でも、両端部の支持線が平行になるように支束を設けた方が合理的な場合が多い(図-1b)。また特に最近のように市街地に建設される高速度自動車道に現われる曲線橋にいたっては、極度に地理的な制約を受けるので、その支持状態は種々雑多なものとなり、曲率半径方向に対して任意な斜角を有する場合(図-1c)が避けられない。

このような斜角支持の曲線橋は、直橋における斜橋に対応するものであり、その構造力学上の解析においては、数学的には単なる境界値問題にすぎないので、計算手数の問題を除けば、何ら問題にすべき事柄はない。ここでは著者が既に発表した薄肉曲線桁橋の基礎理論¹⁾に基き弾性方程式を任意の斜角支持条件のもとに解き、その解を示す。また二、三の計算例と共に、斜角支持曲線桁橋の特性についても述べる。更に斜角支持の連続曲線桁橋の解法にも言及する。

なお、これは一本主桁に対するものであるが、並列主桁構造に対しては、断面形保持の仮定のもとに合断面桁におさかえることによって近似的に適用することができ²⁾る。

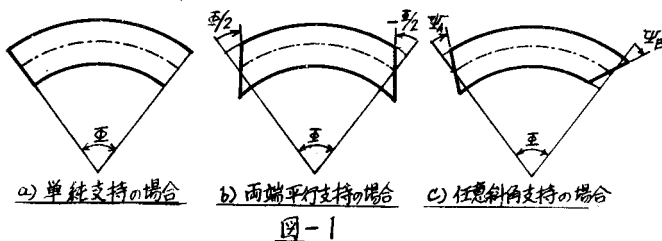


図-1

2. 単径円の斜角支持曲線桁の解法 鉛直たわみ及びねじれ角をそれぞれ u^* , φ で表わすと、曲線桁の弾性方程式は次式で与えられる¹⁾。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{R_0 E I_y}{R_0^2} + \frac{E C_y^*}{R_0^2} \right) u^{*IV} - G J_y^* u^{*''} - \frac{E C_y^*}{R_0^2} \varphi^{*IV} + \left(G J_y^* + \frac{R_0^2 E I_y}{R_0^2} \right) R_0 \varphi^{*''} &= R_0^2 q_x^* \\ - \frac{E C_y^*}{R_0^2} u^{*IV} + \left(G J_y^* + \frac{R_0^2 E I_y}{R_0^2} \right) u^{*''} + \frac{E C_y^*}{R_0^2} \varphi^{*IV} - G J_y^* R_0 \varphi^{*''} + \frac{R_0^2 E I_y}{R_0^2} R_0 \varphi^{*''} &= R_0^3 m_z^* \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

この微分方程式の一般解は、Reduction Methodの手法によれば³⁾

$$\mathcal{Y}(\theta, r) = \mathcal{T} \cdot \mathcal{Y}(0, r) \cdots \cdots (2)$$

と表わすことができる。ここに、 θ は着目点、 r は載荷点の座標を表わし、 $\mathcal{Y}(\theta, r)$ は着目点における桁の力学的基本量 u^* , φ , ϕ_y^* , ψ_z^* , M_y^* , T_z^* , ϕ_x^* のベクトルを表わし、 $\mathcal{Y}(0, r)$ はA支束($\theta=0$)におけるそれらの基本量のベクトルを表わす。また $\mathcal{T}$ は曲線桁の Field Matrixを表わす³⁾。

さて、A支束で ψ_A 、B支束で ψ_B なる斜角で支持されている場合の境界条件(図-2)は

$$\left. \begin{aligned} u^*(0, r) &= 0, \quad \varphi(0, r) - \phi_y^*(0, r) \tan \psi_A = 0, \quad M_y^*(0, r) = 0, \quad M_y(0, r) - T_z^*(0, r) \tan \psi_A = 0 \\ u^*(\pi, r) &= 0, \quad \varphi(\pi, r) - \phi_y^*(\pi, r) \tan \psi_B = 0, \quad M_y^*(\pi, r) = 0, \quad M_y(\pi, r) - T_z^*(\pi, r) \tan \psi_B = 0 \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (3)$$

一般解式(2)に境界条件式(3)を適用すれば、支束Aにおける基本量のベクトル $\mathcal{Y}(0, r)$ を定めることができ、したがって任意断面の基本量のベクトル $\mathcal{Y}(\theta, r)$ を得る。鉛直荷重に対する解の影響線の形で示

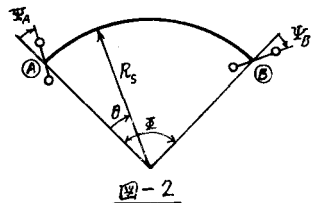


図-2

せば、例えば $U^*(\theta, \delta)$ については [$\Pi(\theta)$ は Unit Function を表わす],

$$U^*(\theta, \delta) = [K_{up}(\theta) \cdot \tan \varphi_k + K_{up}(\theta)] R_s \varphi_k^s(\theta, \delta) + K_{up}(\theta) \cdot R_s^2 \varphi_k^s(\theta, \delta) \\ + [K_{um}(\theta) \cdot \tan \varphi_k + K_{um}(\theta)] \frac{R_0 R_s}{E I_g} T_{2,k}^s(\theta, \delta) + K_{ua}(\theta) \frac{R_0 R_s^2}{E I_g} Q_{2,k}^s(\theta, \delta) - K_{ua}(\theta - \delta) \cdot \frac{R_0 R_s^2}{E I_g} \Pi(\theta - \delta) \dots (4)$$

3. 多径間連続の斜角支持曲線橋の解法 斜角支持支点における基本量の不連続は $M_y, T_{2,k}^s, Q_{2,k}^s$ にのみ生ずる。いま支点 k の左右の断面の基本量のベクトルをそれぞれ $\mathcal{Y}_k(x_k), \mathcal{Y}_{k+1}(0)$ で表わすと、それらの量の連続条件式は

$$\left. \begin{aligned} M_{y,k+1}(0) &= M_{y,k}(x_k) + \bar{T}_{2,k}^s \cdot \sin \varphi_k \\ T_{2,k+1}(0) &= T_{2,k}(x_k) + \bar{T}_{2,k}^s \cdot \cos \varphi_k \\ Q_{2,k+1}(0) &= Q_{2,k}(x_k) + Q_{2,k}^s \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

こゝに、 $\bar{T}_{2,k}^s$ は支点 k における支変線に垂直な軸まわりのモーメント反力、 $Q_{2,k}^s$ は支点 k における鉛直反力を表わす。式(5)の関係から支点 k における Point Matrix U_k が書ける。

Reduction Method の解法により、最終支点 n における基本量のベクトル $\mathcal{Y}_n(x_n)$ は第一支点 0 のベクトル $\mathcal{Y}(0)$ によって次のように表わすことができる (図-3),

$$\mathcal{Y}_n(x_n) = F_n \cdot U_{n-1} \cdot F_{n-1} \cdot F_{n-2} \cdot \dots \cdot U_2 \cdot F_2 \cdot U_1 \cdot F_1 \cdot \mathcal{Y}(0) \dots (6)$$

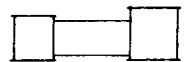
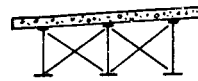
ベクトル $\mathcal{Y}(0)$ 即ち第一支点 0 の 8 個基本量及び各中間支点における $2 \times (n-1)$ 個の支変反力 $\bar{T}_{2,k}^s, Q_{2,k}^s$ ($k=1, 2, \dots, n-1$) 合計 $2 \times (n+3)$ の未知量は式(3)と同様な 8 個の境界条件式と各中間支点において成立する $2 \times (n-1)$ 個の中間条件式 [$U_k^s(x_k) = 0, y_k(x_k) - \varphi_k^s(x_k) \tan \varphi_k = 0, k=1, 2, \dots, n-1$] 合計 $2 \times (n+3)$ 個の方程式から定まる。これらを知れば各中間支点の Point Matrix U_k ($k=1, 2, \dots, n-1$) が定まり、ひいては各支点の基本量のベクトル $\mathcal{Y}_{k+1}(0)$ ($k=1, 2, \dots, n-1$) が次式で求まる,

$$\mathcal{Y}_{k+1}(0) = U_k \cdot F_k \cdot U_{k-1} \cdot F_{k-1} \cdot \dots \cdot U_2 \cdot F_2 \cdot U_1 \cdot F_1 \cdot \mathcal{Y}(0) \dots (7)$$

4. 単径間の斜角支持曲線橋の計算例 図-4 に示

ような 2 種類の断面を有する円弧長 $L=30^\circ$ の曲線橋が両端で平行に支持されている場合に

表-1 断面剛性		
	コンクリート-鋼合成断面	鋼2箱断面
$E I_g (\text{t-m}^2)$	4.447×10^6	2.633×10^6
$G I_g^s (\text{t-m}^2)$	5.854×10^2	3.687×10^2
$E I_g^s (\text{t-m}^2)$	2.754×10^3	1.596×10^3



a) コンクリート-鋼合成断面

b) 鋼2箱断面

図-4

表 最大ねじれ角 (radian) の比較

	コンクリート-鋼合成断面	鋼2箱断面
$\varphi=0.75$		
単純支持	5.417×10^{-5}	1.022×10^{-5}
斜角支持	3.999×10^{-5}	1.099×10^{-6}
$\varphi=1.25$		
単純支持	1.153×10^{-4}	2.102×10^{-5}
斜角支持	5.831×10^{-5}	2.062×10^{-6}

表 最大曲げねじれモーメント (t-m) の比較

	コンクリート-鋼合成断面	鋼2箱断面
$\varphi=0.75$		
単純支持	14.74	0.738
斜角支持	13.23	0.699
$\varphi=1.25$		
単純支持	27.74	1.363
斜角支持	20.33	1.071

ついで、中心角を $\varphi=0.75$ と $\varphi=1.25$ とに変化させて計算を行なった。両断面の剛性は表-1 に示す如くである。

一例として、鉛直集中荷重 1 ton による最大ねじれ角及び最大曲げねじれモーメントの斜角支持による減少の様子を表-2, 表-3 に示した。

- 1) 深沢: 薄肉曲線材の静力学的解析に関する基礎理論書, 土木学会論文集 No. 110, 昭39-10, 式(121)。
- 2) 深沢: 並列主桁曲線橋の解析(Ⅱ), 土木技術, Vol. 19, 昭39-12。
- 3) 深沢: 並列主桁曲線橋の解析(Ⅲ), 土木技術, Vol. 20, 昭40-1, 表-1 中の $K_{ij}(\theta)$ 及び荷重項が Field Matrix の要素であり, $K_{ij}(\theta)$ の値は具体的に式(53), (54), (57)~(63) で与えられている。