

室蘭工業大学 正員 ○ 尾崎 誠, 能町純雄

断面の変形を考慮した箱桁の曲げはりについて、昨年は二軸対称矩形断面をとりあげ、隔壁の影響もあわせて発表した^{*}が、今回はコンクリート橋を対象とした、いわゆる張出部を有する図-1. のような断面の箱桁についての計算結果を発表する。

さきに誘導したような変位剪断公式に断面力の釣合、

$$S_{AB}=P, S_{DC}=-P, S_{AE}=S_{AD}, S_{DA}=S_{DF}, S_{BA}=\dots=0;$$

箱桁断面変形抵抗力の釣合、 $\{AB=-\}BC=\{CD=-\}DA$;

および変位の一軸逆対称性、 $U_A=-U_D, U_B=-U_C, U_E=-U_F$ を適用すれば、次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} T_{AE} &= \frac{Ekt_1}{\delta} (2\ddot{U}_A + \ddot{U}_E) + \frac{1}{\delta} \bar{P} - \bar{f}_{AB} - \bar{Q}_{AB}, & T_{BA} &= \frac{Ekt_1}{\delta} (2\ddot{U}_B + \ddot{U}_A) - \frac{1}{\delta} \bar{P} + \bar{f}_{AB} + \bar{Q}_{AB} \\ T_{AD} &= \frac{Ebt_2}{\delta} \ddot{U}_A + \frac{2}{\delta} \bar{S}_{AD} - \bar{f}_{AB} - \bar{Q}_{AB}, & T_{BC} &= \frac{Ebt_2}{\delta} \ddot{U}_B + \bar{f}_{AB} + \bar{Q}_{AB} \\ T_{AE} &= \frac{Eakt_4}{\delta} (2\ddot{U}_A + \ddot{U}_E) + \frac{1}{\delta} \bar{S}_{AD}, & T_{EA} &= \frac{Eakt_4}{\delta} (2\ddot{U}_E + \ddot{U}_A) - \frac{1}{\delta} \bar{S}_{AD} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

ただし、式(1)中、 U はスパン方向の変位、 P は図-1. のような偏に偏荷重、 E は弾性係数、 Q は隔壁の抵抗力を示し、 $\ddot{U}$ は $\frac{d^2 U}{dx^2}$ を、 $\bar{P}$ は $\int P dx$ を意味する。

(1) 式を剪断力の釣合、 $T_{AB}+T_{AD}+T_{AE}=0, T_{BA}+T_{BC}=0, T_{EA}=0$ に代入すれば、

$$(2ht_1+bt_2+2at_4)\ddot{U}_A+kt_1\ddot{U}_B+akt_4\ddot{U}_E-\frac{12}{E}\bar{f}_{AB}+\frac{6}{E}\left(-\frac{1}{\alpha}+\frac{2}{b}\right)\bar{S}_{AD}+\frac{6}{E\alpha}\bar{P}-\frac{12}{E}\bar{Q}_{AB}=0 \dots (2)$$

$$kt_1\ddot{U}_A+(2ht_1+bt_2)\ddot{U}_B+\frac{12}{E}\bar{f}_{AB}-\frac{6}{E\alpha}\bar{P}+\frac{12}{E}\bar{Q}_{AB}=0 \dots (3)$$

$$akt_4\ddot{U}_A+2akt_4\ddot{U}_E-\frac{6}{E\alpha}\bar{S}_{AD}=0 \dots (4)$$

一方、昨年誘導したような箱桁の辺部材方向 (S 方向) の変位 w に関する関係式も、上記の各釣合の条件を考慮すれば、次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} k\dot{w}_{AB} &= (U_A-U_D) + \frac{1}{Gt_1}\bar{P} - \frac{h}{Gt_1}\bar{f}_{AB} - \frac{h}{Gt_1}\bar{Q}_{AB}, & b\dot{w}_{BC} &= 2U_B + \frac{b}{Gt_2}\bar{f}_{AB} + \frac{b}{Gt_2}\bar{Q}_{AB} \\ k\dot{w}_{CD} &= (U_A-U_B) + \frac{1}{Gt_1}\bar{P} - \frac{h}{Gt_1}\bar{f}_{AB} - \frac{h}{Gt_1}\bar{Q}_{AB}, & b\dot{w}_{DA} &= -2U_A - \frac{2}{Gt_2}\bar{S}_{AD} + \frac{b}{Gt_2}\bar{f}_{AB} + \frac{b}{Gt_2}\bar{Q}_{AB} \\ \dot{w}_{AD} &= \frac{2}{b}U_A + \frac{2}{Gb t_2}\bar{S}_{AD} - \frac{1}{Gt_2}\bar{f}_{AB} - \frac{1}{Gt_2}\bar{Q}_{AB}, & \dot{w}_{AE} &= \frac{1}{\alpha}(U_A-U_E) + \frac{1}{Ga t_4}\bar{S}_{AD} \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

箱桁断面の変形角 $\Delta\psi$ と変位 w との関係式、 $\Delta\psi = \frac{w_{BC}+w_{DA}}{h} - \frac{w_{AB}+w_{CD}}{b}$ に (5) 式を代入して、

$$4U_A-4U_B+bh\Delta\psi-\frac{1}{G}\left(\frac{2h}{t_1}+\frac{b}{t_2}+\frac{b}{t_2}\right)\bar{f}_{AB}+\frac{2}{Gt_2}\bar{S}_{AD}+\frac{2}{Gt_1}\bar{P}-\frac{1}{G}\left(\frac{2h}{t_1}+\frac{b}{t_2}+\frac{b}{t_2}\right)\bar{Q}_{AB}=0 \dots (7)$$

また、変位の釣合、 $w_{AD}+w_{AE}=0$ に対し、(6) 式を代入すれば、

$$\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{2}{b}\right)U_A-\frac{1}{\alpha}U_E-\frac{1}{Gt_2}\bar{f}_{AB}+\frac{1}{G}\left(\frac{1}{at_4}+\frac{2}{bt_2}\right)\bar{S}_{AD}-\frac{1}{Gt_2}\bar{Q}_{AB}=0 \dots (8)$$

さらに、これらの関係とは別に、箱桁断面の節莫モーメントは、ラーマン計算から次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= -M_{AD} = -M_{DA} = M_{BC} = \Delta\psi \times 9K_1K_2(K_1+3K_2) / \{(2K_1+3K_2)(2K_1+3K_2)-K_1^2\} \\ M_{BA} &= -M_{BC} = -M_{CB} = M_{CD} = \Delta\psi \times 9K_1K_2(K_1+3K_2) / \{(2K_1+3K_2)(2K_1+3K_2)-K_1^2\} \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

したがって、抵抗力と節莫モーメントとの関係、 $\bar{f}_{AB} \cdot b \cdot h = M_{AB} + M_{BA} + M_{CD} + M_{DC} = -M_{AD} - M_{DA} - M_{BC} - M_{CB}$,

とから、 $G_0 = \frac{18}{b\alpha} \times \frac{K_1K_2(K_1+3K_2)+K_2(K_1+3K_2)}{(2K_1+3K_2)(2K_1+3K_2)-K_1^2}$ とおいて、 $\bar{f}_{AB} = G_0 \cdot \Delta\psi \dots (10)$

となるから、これを (2), (3), (4), (7), (8) に代入すれば次のような連立微分方程式となる。

$$\begin{aligned}
 & -(2kt_1 + bt_2 + 2at_4)\ddot{u}_A - kt_1\ddot{u}_B - at_4\ddot{u}_E + \frac{12G_0}{E}\Delta\psi - \frac{6}{E}\left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b}\right)S_{AD} = \frac{6}{EA}P - \frac{12}{E}Q_{AB} \\
 & -kt_1\ddot{u}_B - (2kt_1 + bt_2)\ddot{u}_B - \frac{12G_0}{E}\Delta\psi = -\frac{6}{EA}P + \frac{12}{E}Q_{AB} \\
 & -at_4\ddot{u}_A - 2at_4\ddot{u}_E + \frac{6}{Ea}S_{AD} = 0
 \end{aligned}
 \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
 & 4\dot{u}_A - 4\dot{u}_B + 6k\Delta\psi - \frac{2(1+\nu)G_0}{E}\left(\frac{2k}{t_1} + \frac{b}{t_2} + \frac{b}{t_3}\right)\Delta\psi + \frac{2}{Gt_2}S_{AD} = -\frac{2}{Gt_1}P + \frac{1}{G}\left(\frac{2k}{t_1} + \frac{b}{t_2} + \frac{b}{t_3}\right)Q_{AB} \\
 & \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b}\right)\dot{u}_A - \dot{u}_E - \frac{2(1+\nu)G_0}{t_2E}\Delta\psi + \frac{1}{G}\left(\frac{1}{at_4} + \frac{2}{bt_2}\right)S_{AD} = \frac{1}{Gt_2}Q_{AB}
 \end{aligned}$$

いま、単純支持橋の $\frac{x}{l}$ 点における影響線を計算してみると、荷重を x_0/l 、隔壁位置を $\frac{x}{l}$ とし、 $\dot{u}_A = \sum A_m \sin \frac{m\pi x}{l}$, $\dot{u}_B = \sum B_m \sin \frac{m\pi x}{l}$, $\dot{u}_E = \sum E_m \sin \frac{m\pi x}{l}$, $\Delta\psi = \sum K_m \sin \frac{m\pi x}{l}$, $S_{AD} = EA \sum S_m \sin \frac{m\pi x}{l}$, $P = \frac{2P}{l} \sum \sin \frac{m\pi x_0}{l} \sin \frac{m\pi x}{l}$, $Q = \frac{2Q}{l} \sum \sin \frac{m\pi x_0}{l} \sin \frac{m\pi x}{l}$ とおけば、

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} m^2 & \alpha_{12} m^2 & \alpha_{13} m^2 & \beta_{14} & \beta_{15} \\ \alpha_{21} m^2 & \alpha_{22} m^2 & 0 & \beta_{24} & 0 \\ \alpha_{31} m^2 & 0 & \alpha_{33} m^2 & 0 & \beta_{35} \\ \beta_{41} & \beta_{42} & 0 & \alpha_{44} m^2 + \beta_{44} & \beta_{45} \\ \beta_{51} & 0 & \beta_{53} & \beta_{54} & \beta_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_m \\ B_m \\ E_m \\ K_m \\ S_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 + q_1 \\ p_2 + q_2 \\ 0 \\ p_4 + q_4 \\ q_5 \end{bmatrix} \quad (12)$$

の形に整理され、これを解いて、そり応力 $\sigma_A, \sigma_B, \sigma_E$ および節套モーメント M が (7) 式から求まる。

数値計算例として、昨年計算したと同じく、薄肉の場合の A 断面 (張出長 1.5m) と、やゝ厚肉とした B 断面 (張出 1.5m) の両者について計算してみる。まず、そり応力はスパン中央の断面で図-2 のような分布を示した。なお、このそり応力の影響線の一例としてスパン中央点のものを

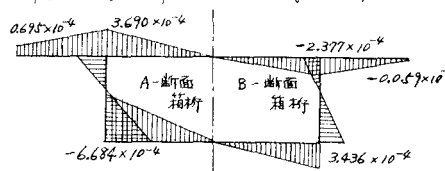


図-2. $\frac{x}{l} = 0.5$, $\frac{x_0}{l} = 0.5$ における σ_x 分布

図-3 に示す。次に断面における節套モーメントに關する一例として図-4 にスパン中央点の影響線を示す。数値計算に用いた A B 両断面の場合、これら一連の計算結果から次のことがいえる。

張出部を有する場合も、張出部のない場合と同じような傾向を示し、そり応力についてみると、最大値を示す下縁応力の値は張出部の影響が殆んど及んでいない。また、節套モーメントも張出部の有無によつてあまり差を示さない。なお、張出部先端のそり応力は薄肉の場合にはある程度の値を示すが厚肉になると急減する。

何れにせよ、張出部を有する場合も、昨年の結果と同様に、断面の変形を考慮すれば従来用いられている理論値より相当大きな値を示すことがわかる。

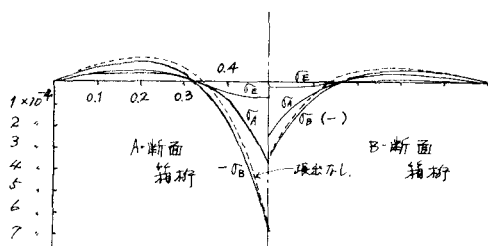


図-3. $\frac{x}{l} = 0.5$ の σ_x -影響線

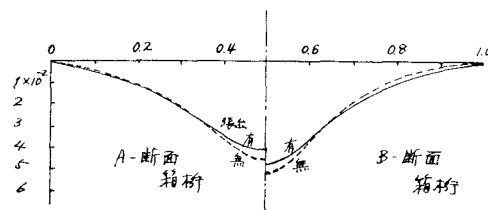


図-4. $\frac{x}{l} = 0.5$ の M -影響線

※ 能町尾崎: 断面の変形を考慮した矩形箱桁の振りについて, 土木学会北海道支部技術資料 22号 (BE41)

能町尾崎: 一室箱桁における中央隔壁の曲げ振りに対する影響. 土木学会大会講演概要 IV-36 (BE.41)