

I-101 鋼材の延性破壊における破面の性状について

東京大学工学部 正 員 工博 奥村 敏恵

“ 大学院 学生員 工修 〇堀川 浩甫

双曲線型偏微分方程式の特性曲線(≡次元の場合には曲面)は、一般に不連続性の通過する経路の方向を示し、塑性応力場の問題においては、この特性曲線の表わす不連続性は、すべり面と対応するものと考えられている。(例えば Prandtl: 1st Int. Cong. for Appl. Mech., Nadai: 2nd same Cong.) 筆者等の実験において認められた試験片の鋼種、形状による破面の相違を上記理論より考察する。塑性(降伏)条件に von Mises のせん断ひずみエネルギー説を採用は、

$$f(x, y, z) = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = \sigma_s^2 \quad (1)$$

これを x, y, z に偏微分し、力の釣り合いの方程式

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

を代入し、整理すれば塑性応力場を表わす偏微分方程式

$$\left\{ (2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x) \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial x^2} - 6\tau_{xy} \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y \partial z} + (2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z) \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial y^2 \partial z^2} + \gamma_x(\tau_{xy}) \right\} + \\ + \left\{ (2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y) \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial x \partial y^2} - 6\tau_{yz} \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial x \partial y \partial z} + (2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x) \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial z^2 \partial x^2} + \gamma_x(\tau_{yz}) \right\} + \\ + \left\{ (2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z) \frac{\partial^2 \tau_{zx}}{\partial y \partial z^2} - 6\tau_{zx} \frac{\partial^2 \tau_{zx}}{\partial x \partial y \partial z} + (2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y) \frac{\partial^2 \tau_{zx}}{\partial x^2 \partial y^2} + \gamma_y(\tau_{zx}) \right\} = 0 \quad (3)$$

(ここに $\gamma(\tau)$ は τ の3階未満の導関数の関数)

を得る。(3)式の3つの $\{ \}$ がすべて同時にゼロとなれば(3)式は成り立つ。(これは十分条件であって、必要条件ではないので、この他に解は存在する可能性はあるが)これらの係数が

$$\begin{aligned} 9\tau_{xy}^2 - (2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x)(2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z) &\geq 0 \\ 9\tau_{yz}^2 - (2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y)(2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x) &\geq 0 \\ 9\tau_{zx}^2 - (2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z)(2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y) &\geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

の条件を満足すると、(3)式の $\{ \} = 0$ は双曲線型の偏微分方程式であって特性方程式

$$\begin{aligned} (2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x) dy^2 + 6\tau_{xy} dx dy + (2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z) dx^2 &= 0 \\ (2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y) dz^2 + 6\tau_{yz} dy dz + (2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x) dy^2 &= 0 \\ (2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z) dx^2 + 6\tau_{zx} dy dz + (2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y) dz^2 &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

は実根をもち、特性曲線の方角を表わす。すなわち

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{-3\tau_{xy} \pm \sqrt{9\tau_{xy}^2 - (2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x)(2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z)}}{2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x} \\ \frac{dy}{dz} &= \frac{-3\tau_{yz} \pm \sqrt{9\tau_{yz}^2 - (2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y)(2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x)}}{2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x} \\ \frac{dx}{dz} &= \frac{-3\tau_{zx} \pm \sqrt{9\tau_{zx}^2 - (2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z)(2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y)}}{2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z} \end{aligned} \quad (6)$$

いま右図のように座標軸を取り、Z面(x-y面)とすべり面とが一致しているとすると、

$$\frac{dx}{dz} = \infty, \quad \frac{dy}{dz} = 0 \quad (7)$$

でなければならず、(6)の式より

$$\left. \begin{aligned} 2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z &= 0 \\ 2\sigma_y - \sigma_x - \sigma_z &= 0 \end{aligned} \right\} \therefore \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z \quad (8)$$

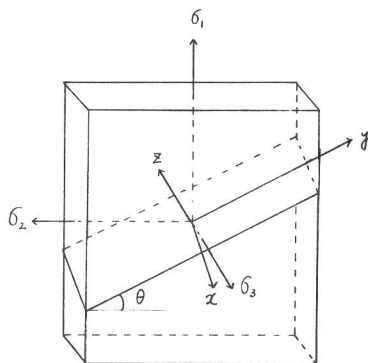
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ と $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ の間には、

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_1 \cos^2(x, 1) + \sigma_2 \cos^2(x, 2) + \sigma_3 \cos^2(x, 3) \\ \sigma_y &= \sigma_1 \cos^2(y, 1) + \sigma_2 \cos^2(y, 2) + \sigma_3 \cos^2(y, 3) \\ \sigma_z &= \sigma_1 \cos^2(z, 1) + \sigma_2 \cos^2(z, 2) + \sigma_3 \cos^2(z, 3) \end{aligned} \quad (9)$$

の関係があるので、これより(7)式を満足するZ面の方向を求め、板面に表われるすべり面の方向角 θ を計算すると、

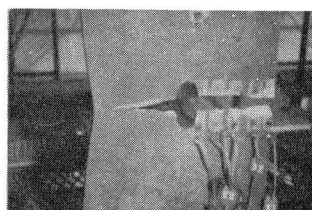
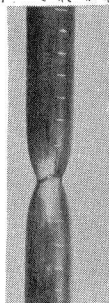
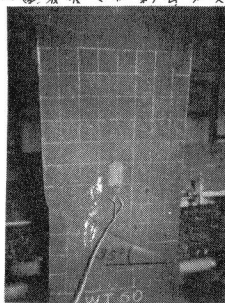
$$\tan \theta = \sqrt{\frac{\sigma_1 - 2\sigma_2 + \sigma_3}{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}} \quad (10)$$

となる。種々の場合についての数値を右表に掲げる。これより次のことが云えよう。板の単純引張($\sigma_2 = \sigma_3 = 0$)の場合にはすべりの方向角は $\theta = 45^\circ$ で一般にいわれている 45° とは異なるが、実験結果とはよく一致している。一方丸棒試験片の中心部においては、 $\sigma_2/\sigma_1, \sigma_3/\sigma_1$ とも相当な値をもつ(山ノ内によれば0.4)ので θ の値は虚となり、破断は壁面型となるのでcupを形成する。また切欠先端より亀裂が進行すると応力集中により σ_2 の値が大きくなって、すべり面の方向角はゼロとなり、遂には虚となって壁面型の破面となり、また新しい応力集中端を作り、次のすべり面へ移行する。このとき材料の絞り性によって、板厚方向の応力 σ_3 の値が異なるので、すべり面の角度が虚となるための条件としての亀裂長さが影響を受け、これが破面の波長の相異となると推定される。



		板厚方向の応力比 σ_3/σ_1		
		0.1	0	0.1
板厚方向の 応力比	0.6	虚	虚	虚
	0.55	0°	虚	虚
	0.5	15°	0°	虚
	0.45	20°	14°	0°
	0.4	24°	19°	14°
	0.3	29°	26°	22°
	0.2	33°	30°	27°
	0.1	35°	33°	31°
	0	37°	35°	33°
	-0.1	39°	37°	35°
σ_2/σ_1	-0.2	40°	39°	37°
	-0.3	41°	40°	38°
	-0.4	42°	41°	40°
	-0.5	43°	42°	41°

θ の 値



調質 60⁰⁰ 鋼

非調質 60⁰⁰ 鋼