

中央大学理工学部 正員 岡内 功

中央大学大学院 学生員 ○安藤 敏三

1. まえがき

斜張橋は弾性支承と有する連続ばりで見なされる構造であるので、弾性支承の反力係数を決定するケーブル及び塔の曲げ剛性によって斜張橋の特性が大きく影響を受けることは明らかである。これを具体的に知るために、主桁、ケーブル及び塔の剛性に関連するパラメーターが各部の断面力さうに固有振動数に及ぼす影響に関して若干の数値的検討を行なった。これに加えて模型による実験的検討も実施したので、これらの結果を報告する。

2. 基本式

斜張橋には種々の形式が考えられているが、ここでは図-1に示すような2種の形式を検討の対象とした。又、塔基部は完全固定とし、ケーブルは塔に定着されているとした。基本式の誘導に当っては、(1)ケーブルの取付け角度は変形後も変化しない、(2)ケーブルには適当な初期張力が導入されており、圧縮力を取りうる状態になっている、という仮定をおいている。

前述の如く、斜張橋が弾性支承と有する連続ばりと考えられるので、弾性支承における反力を形成するケーブル張力を不静定量に選び、3径間連続ばりを基本系とした。ところで、ケーブル取付け点の変位は、ケーブル及び塔の剛性の影響を受けるが、これに対して図-2のように考えれば、次のような関係式が成立つ。

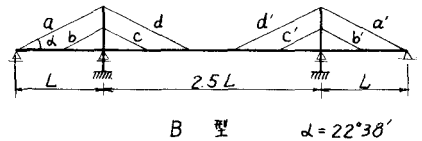
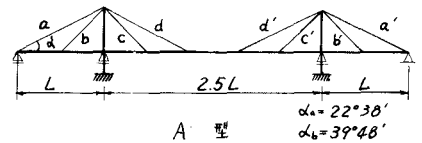


図-1

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_a &= \frac{l_a}{E_c A_c} X_a = X_c \cos \alpha_a \\ \Delta l_b &= \frac{l_b}{E_c A_c} X_b = Y_b \sin \alpha_b + X_c \cos \alpha_b \\ \Delta l_c &= \frac{l_c}{E_c A_c} X_c = Y_c \sin \alpha_c - X_c \cos \alpha_c \\ \Delta l_d &= \frac{l_d}{E_c A_c} X_d = Y_d \sin \alpha_d - X_c \cos \alpha_d \\ X_c &= \frac{h^2}{3 E I_c} (-X_a \cos \alpha_a - X_b \cos \alpha_b + X_c \cos \alpha_c + X_d \cos \alpha_d) \end{aligned} \right\} (1)$$

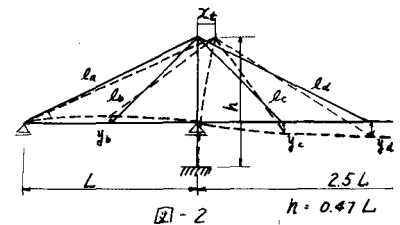


図-2

ここに、 Δl_i : ケーブルの伸び量、 X_i : ケーブル張力、

$E_c A_c$: ケーブルの伸び剛性、 $E I_c$: 塔の曲げ剛性、 $E I_b$: 主桁の曲げ剛性である。

(1)式の関係を考慮して弾性方程式を立て、それをマトリックス表示すれば、不静定量 X は、

$$[X] = \left[\frac{h^2}{3 E I_c} \right] \left[\frac{L^3}{E I_b} \right] [1/T] [K] [C] + [D_o]^{K^c} [S]^{-1} [D_o]^R \quad (2)$$

である。さらに、曲げモーメント及びたわみに関しては、次式が成立する。

$$[M] = [M_o] - [M_o]^c [S] [X], \quad [D] = [D_o] - [D_o]^c [S] [X] \quad (3)$$

ここに、 $[M]$, $[D]$ は、各々、求めるところの斜張橋の曲げモーメント影響線マトリックスとして、たわみ影響線マトリックスと $\frac{L^3}{E I_b}$ で割って無次元化したものである。又、添字の o は基本系に対するもの

であることを示す。 $[D_o]^R$ は $[D_o]$ からケーブル取付け点の行のみを取り出したもの、 $[D_o]^C$ は $[D_o]$ からケーブル取付け点の列のみを取り出したもの、 $[D_o]^{RC}$ は $[D_o]$ からケーブル取付け点の要素のみを取り出したものであり、 $[M_o]^C$ も同様である。又、 $\{1/\sin\}$, $\{C\}$, $\{S\}$ は、それぞれ、 $\frac{1}{\sin\alpha}$, $\cos\alpha$, $\sin\alpha$ を対角要素とした対角マトリックスである。そして、

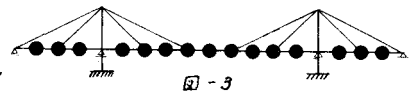
$$[K] = \begin{bmatrix} (k_t + \frac{k_a}{1+k_a}), (\frac{k_a}{1+k_a}), (\frac{k_a}{1+k_a}), 0, 0, 0 \\ (\frac{k_a}{1+k_a}), (k_t + \frac{k_a}{1+k_a}), (\frac{k_a}{1+k_a}), 0, 0, 0 \\ (\frac{k_a}{1+k_a}), (\frac{k_a}{1+k_a}), (k_t + \frac{k_a}{1+k_a}), 0, 0, 0 \\ 0, 0, 0, (k_t' + \frac{k_a'}{1+k_a'}), (\frac{k_a'}{1+k_a'}), (\frac{k_a'}{1+k_a'}) \\ 0, 0, 0, (\frac{k_a'}{1+k_a'}), (k_t' + \frac{k_a'}{1+k_a'}), (\frac{k_a'}{1+k_a'}) \\ 0, 0, 0, (\frac{k_a'}{1+k_a'}), (\frac{k_a'}{1+k_a'}), (k_t' + \frac{k_a'}{1+k_a'}) \end{bmatrix} \quad \text{であり} \quad k_t = \frac{3EI_t \cdot \ell_i}{h^3 \cdot EA_i \cos^3 \alpha_i} \quad \text{である。}$$

以上は静的検討におけるA型の基本式であるが、B型の基本式も同様である。これらの式は後述のバウメーターの検討に便利のように、全て無次元化している。

次に、固有振動数(曲げ)の計算に当っては、上に求めた剛度マトリックスを利用するため、斜張橋を図-3のように15質点系(塔の質量無視)に置換えた。この場合の運動方程式は、

$$[K] \cdot \omega^2 \{ \phi \} = 0 \quad (4)$$

となるが、ここに $[K]$: 剛度マトリックス, $[M]$: 質量と要素とした対角マトリックス, $\{ \phi \}$: 固有振動形, ω : 円振動



数である。固有振動数は(4)式の固有値をJACOBIの方法によって求めることにより、計算された。

3. 各パラメーターの影響

2に示した基本式によって、斜張橋の力学的特性は、取付け角度を除けば、各部の剛性の相互関係により、主として影響を受けることが知られる。したがって、無次元パラメーターとして、 $\alpha = \frac{EI_p}{EI_t}$, $\beta = \frac{E_c A_d / EI_p}{L^3}$, $\gamma = \frac{A_d}{A_c}$ の3つを選び出し、これらの断面力などに対する影響度を数値的に考察することとした。着目量としては、ケーブル張力(X_i)、中央支間中央点曲げモーメント(M_s)、支点曲げモーメント(M_o)、塔基部曲げモーメント(M_t)及び固有振動数(N)を選んだが、これらの着目量は、固有振動数を除いて、すべて等分布荷重(w)によるものとしている。しかし、ここでは、影響断面積の代りに全径間を18分割した分割点の影響線縦距の合計を用いたので、計算が、各分割点に分割荷重($\frac{wL}{18}$)を載荷した状態で行なわれていることに注意されたい。

(1) α の影響 —— α の影響を図-4~5に示す。図-4より、A型、B型ともに、 α が変化しても、 X_i は余り変化しないことが知られる。その結果、図-5に見られるように、 M_s , M_o についても増減が見られない。ただし、 M_t は当然 α の増加とともに増大する。以上の結果より、塔の剛性は、ケーブル及び主桁に対して、ほとんど影響しないことが判明する。このことは、 β が図に示した値と異なる場合においても、同様な結果を得てゐる。

(2) β の影響 —— β の影響を図-6~7に示す。これらの図から、 β の増加とともに、 M_s , M_o , M_t が減少し、 X_i は増加する傾向がA型、B型ともに知られる。しかしながらその減少及び増加率は、 $\beta \geq 300$ になると低下してくる。これは、その値以上にケーブルの伸び剛性を大きくしても、効果が小さいことを意味するものである。一方、 $\beta \leq 50$ になると、主桁の曲げモーメントが急速に増加し

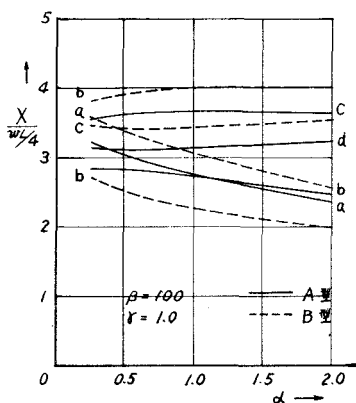


図-4

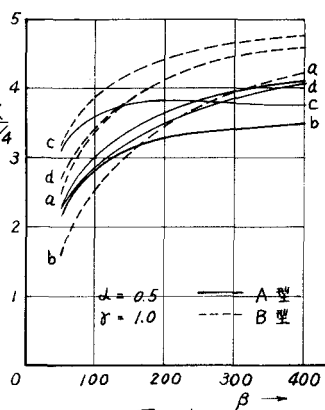


図-6

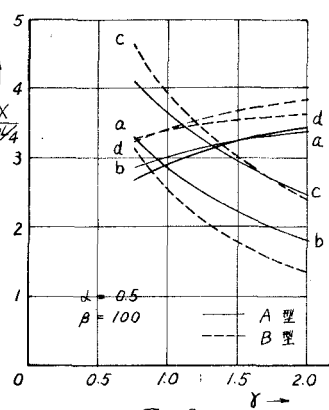


図-8

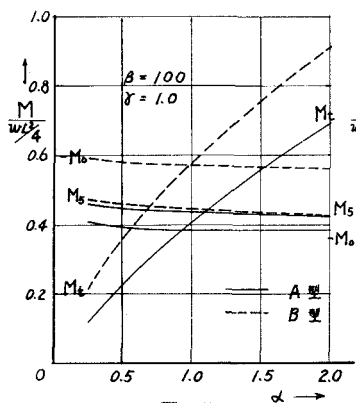


図-5

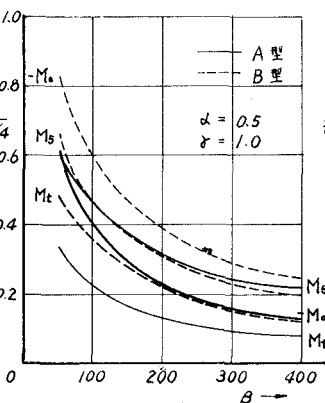


図-7

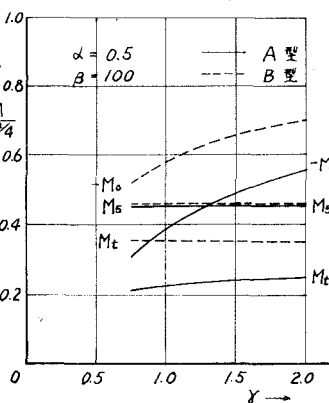


図-9

てケーブルの曲げモーメント軽減効果が薄れ、又、ケーブルの引張応力が許容応力を超えることも考えられる。なお、ここでは、 $\alpha=0.5$ として計算が行なわれたが、(1)で述べたように塔の剛性の影響はほとんどないので、 $\alpha=0.5$ 以外の値の場合も M_t を除く全ての数値は、図-6～7に示した値にごく近い値をもっている。

(3). γ の影響—— γ の影響を図-8～9に示す。これらの図より、A型、B型ともに、 γ が大きくなっても、 M_5 、 M_t はほとんど変化せず、 M_0 のみが大きくなること解る。一方、当然のことながら、 X_b は、 γ の増加に伴い、 X_a 、 X_d が増加し、 X_b 、 X_c が減少する。これらの結果は、 M_5 、 M_t がケーブル a 、 d の影響と強く受け、一方、 M_0 はケーブル全体の影響を受けることを表わすものである。図-6～7から桁の曲げモーメントの均等化を意図する時には、A型では $\gamma>1$ 、B型では $\gamma<1$ とするのが適当であると考えられる。

(4). 固有振動数に対する影響——上述の静的検討結果から解るように、 α 、 γ の影響は、比較的小さいので 固有振動数に関しては β の影響についてののみ示すこととし、これを図-10に掲げる。この図より全般的に云って固有振動数係数は β とともに増加することが知られる。しかしながら、その増加率が、ケーブル形式や振動次数によって異なることが注目される。即ち、1次振動に対する係数は、A

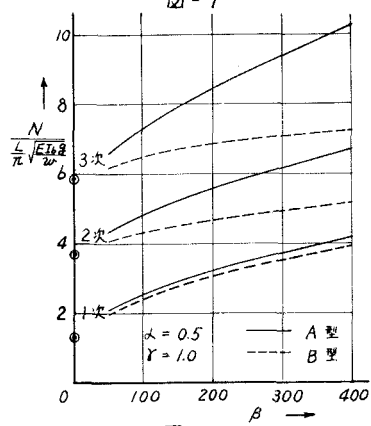


図-10

型、B型ともにはほとんど同じ状態で増加するのに対して、2, 3次振動に対する係数の方は、両者に大きな差が現われ、A型の増加率がB型に較べてかなり大きくなっている。なお、図-10における縦軸上の①印は、全ケーブルを取り除いた3径間連続橋りに対する値である。

4. 模型実験

以上の諸検討に関連して、表-1に示すような諸元を持つ模型を作製し、静的荷重実験及び振動実験を行なった。これらの結果を簡単に示すこととすれば、図-11がA型模型の影響線の測定結果である。一方、図-12がBI₁₀₅型模型を振動台に載せ橋軸方向に加振した際に得られた応答曲線である。なお、表-2に固有振動数の実測値と計算値との比較を示す。これらの実験結果と対比させた計算値は全て2に示した基本式に基づいて計算された値であって、図-11などから基本式が十分妥当であると認められる。

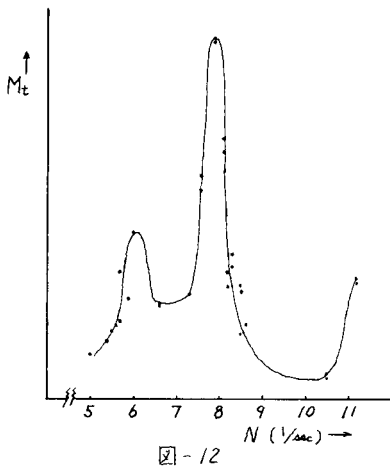


図-12

諸元	静的用		動的用			
	A	B	AI	AI	BI	BI
L (cm)	90.0		40.0			
h (cm)	42.4		23.5			
l _a =l _d (cm)	97.5		43.3			
α	3.72		1.58			
β	323		370	123	370	123
γ			1.0			
$\frac{wL}{4}$ (kg)			0.55		0.55	
			1.05	0.55	1.05	0.55

表-1

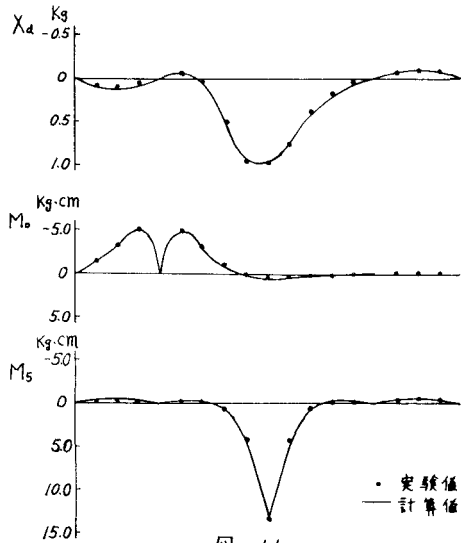


図-11

N (1/sec)	形式						
	AI _{0.55}	AI _{1.05}	AI _{2.55}	BI _{0.55}	BI _{1.05}	BI _{2.55}	
1次	実験値	8.5	6.5	6.6	8.3	6.1	6.2
	計算値	8.4	6.1	6.3	7.9	5.7	5.9
2次	実験値	13.5	12.3	11.3	11.6	8.0	9.9
	計算値	13.6	9.8	11.1	10.7	7.8	9.5
3次	実験値	—	—	—	—	11.6	—
	計算値	20.8	15.0	16.7	15.7	11.4	14.2

表-2

5. まとめ

以上、斜張橋の力学的諸性状に重要な影響をもつ因子としてα, β, γを取り上げ、それらの因子の各部断面力及び固有振動数に対する影響度を検討した結果を述べた。その影響度は図-4～10に数値的に示したが、これらの図は無次元量で表わされているので、ケーブル角度が等しければ任意の場合に対して適用しうる図である。したがって、概略設計などに利用すれば、あるいは便利なこともあろうと考えられる。ただし、全スパン一定断面、一定重量としていること、あるいは荷重を一様分布としていることなどであらかじめ配慮する必要があることを付言する。