

○名古屋大学 学生員 桑山八洲彦

正員 成岡昌夫

還元法によるアーケ系構造物の解析を説明する前に、ラーメンを例にとり、この方法による解析を説明しよう。剛ラーメンの場合、横材が実際に変形を伴う部材(Hauptstrang)であり、その他の部材(直材)はHauptstrangとの結合点での釣り合い条件を満足させるために、バネ(Feder)に置き換えて、変形の過程の中へ組み入れる。移行マトリックスは2種類あり、その一つは1つの部材の一方の変形量と断面力を他方のそれ等により、長手方向に生ずる付数マトリックス(Feldmatrix)である。いま一つは、ラーメンの横材と直材との交差のように、その格点において、断面力、あるいは、変形量の拘束されるが、そのような格点の左右での変形量と断面力との関係を長手方向マトリックス(Punktmatrix)である。この方法は一般に、これらの2つのマトリックスを用いて解くのである。ラーメンの場合、一方の端部における条件によって生じた未知量(Fragnößen)(例えば、その端部が開放されているときは、 u, w, φ)を順次 Feldmatrix と Punktmatrix を用いて、他方の境界まで移行させ、その境界における条件(例えば、固定の場合 $u=0, w=0, \varphi=0$)によって求める。

Feldmatrixは、曲げに対する微分方程式、および水平方向に対する微分方程式の積分を行なった結果生じたマトリックスであり、これは直材の場合に使用できるが、アーケ系構造物の場合は、曲線形のものでは使用できない。そこで、われわれは曲線を多角形に置き換えて、直線部と回転部分に分断した。このようにすれば、直線部はFeldmatrixをそのまま利用でき、回転部分においては、変形量と断面力の回転によって作られるマトリックスが使える。

まず、固定アーケについて説明すると、この回転部に生ずるマトリックス(回転フunktマトリックス)は1式に示すものとなる。

$$\begin{pmatrix} u_{R+1}(0) \\ w_{R+1}(0) \\ \varphi_{R+1}(0) \\ M_{R+1}(0) \\ Q_{R+1}(0) \\ N_{R+1}(0) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_R - \theta_{R+1}) & \sin(\theta_R - \theta_{R+1}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta_R - \theta_{R+1}) & \cos(\theta_R - \theta_{R+1}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\theta_R - \theta_{R+1}) - \sin(\theta_R - \theta_{R+1}) & Q_R^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin(\theta_R - \theta_{R+1}) & \cos(\theta_R - \theta_{R+1}) & N_R^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_R(l_R) \\ w_R(l_R) \\ \varphi_R(l_R) \\ M_R(l_R) \\ Q_R(l_R) \\ N_R(l_R) \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{ここで、} Q_R^* = Q_{R0} \cos \theta_{R+1} + N_{R0} \sin \theta_{R+1}, \quad N_R^* = -Q_{R0} \sin \theta_{R+1} + N_{R0} \cos \theta_{R+1}.$$

ただし、この式規定している変形量(u 軸方向変位、 w 軸に垂直な方向の変位、 φ 回転角)と断面力(M : モーメント、 Q : セン断力、 N : 軸力)は図1、および図2に示すものが正としている。 M_{R0}, Q_{R0}, N_{R0} は格点Rに作用している外力である。式1および式3を用いて固定アーケを解いた結果を表1に示している。

つぎに弾性変位を持つ連続リグアーケについて考えてみよう。この場合、これ等の変位は前述したように、バネに置き換えて、格点R(図3)

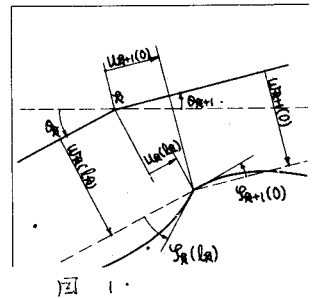


図 1.

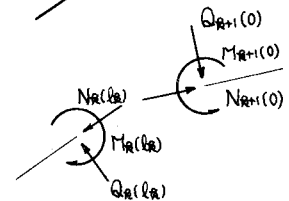
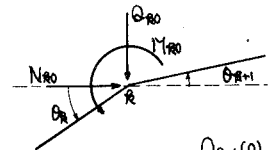
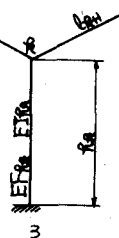


図 2.

での釣り合い条件を満足させる。この係数マトリックスをバネマトリックス (Federmatrix) とし、これに (2) 式に示すものを入れる。

$$\begin{bmatrix} M_R \\ Q_R \\ N_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{6EI_R}{l_R} \cos \theta_R & -\frac{6EI_R}{l_R} \sin \theta_R & \frac{4EI_R}{l_R} \\ \frac{EI_R}{l_R} \cos \theta_R \sin \theta_R - \frac{12EI_R}{l_R} \cos \theta_R \sin \theta_R & \frac{EI_R}{l_R} \cos \theta_R \sin \theta_R - \frac{12EI_R}{l_R} \sin \theta_R \cos \theta_R & \frac{6EI_R}{l_R} \sin \theta_R \\ \frac{EI_R}{l_R} \sin \theta_R \sin \theta_R - \frac{12EI_R}{l_R} \sin \theta_R \cos \theta_R & \frac{EI_R}{l_R} \cos \theta_R \sin \theta_R - \frac{12EI_R}{l_R} \sin \theta_R \cos \theta_R & \frac{6EI_R}{l_R} \cos \theta_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_R(l_R) \\ U_R(l_R) \\ Y_R(l_R) \end{bmatrix} \quad (2)$$



あるいは簡単に $g_R = P_{R0} g_R(l_R)$ とおく。ただし (2) 式は反座下部が固定されている場合の式である。この P_{R0} を (1) 式の右辺の u の内に入れると、その式は下端固定の弾性反座を持つ回転フランクマトリックスとなる。これを用いて解いた結果を表 2 に示し土木学会誌 47.2 の値と比較してある。外力の項は M, Q, N について、それぞれ求めたバネで $Q=1$ だけについて示した。

$$F_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(l_R/l_c)(I_c/I_R l_c) & U_{R0}(l_R) \\ 0 & 1 & -(l_R/l_c) & (1/2)(l_R/l_c)(I_c/I_R) & (1/6)(l_R/l_c)(I_c/I_R) & 0 & U_{R0}(l_R) \\ 0 & 0 & 1 & -(l_R/l_c)(I_c/I_R) & -(1/2)(l_R/l_c)(I_c/I_R) & 0 & Y_{R0}(l_R) \\ 0 & 0 & 0 & 1 & (l_R/l_c) & 0 & M_{R0}(l_R) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & Q_{R0}(l_R) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & N_{R0}(l_R) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

最後に、(1) 式と (3) 式を使った計算過程を示しておく、ここで

Q_R は回転フランクマトリックス g_R は初期マトリックス g_{Rn} は最終マトリックス

$$g_R = 0. F_1 g_1$$

$$g_R = 0. F_2 0. F_1 g_1$$

$$g_R = F_m 0_{m-1} F_{m-1} \dots 0. F_1 g_1$$

図 4.

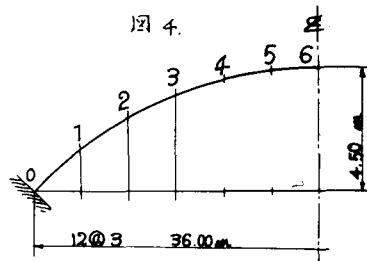


表 1. 固定座の解析結果 (各値は左側が本法による結果 右が比較値) (図 4).

Q=1 による起振の影響係											
M		N		Q		M		N		Q	
0	0	0	0.5167	0.5167	-0.8562	-0.8562	6	-1.8179	-1.8278	2.0164	2.0050
1	2.2801	2.3007	0.6194	0.6164	-0.7807	-0.7831	7	-2.6539	-2.7179	1.8051	1.7930
2	3.1977	3.2156	0.8930	0.8898	-0.5721	-0.5751	8	-2.6215	-2.6882	1.3853	1.3755
3	2.8998	2.8590	1.2782	1.2787	-0.2600	-0.2643	9	-1.9504	-1.9794	0.8824	0.8766
4	1.5100	1.5552	1.6762	1.6624	0.0989	0.0927	10	-1.0466	-1.0564	0.4266	0.4222
5	-0.2582	-0.2135	1.9600	1.9509	0.4238	0.4148	11	-0.3021	-0.2997	0.1146	0.1111

表 2. 連続リブアーチ (図 4 E 2 連に延長したもの). 起振の各影響係 Q=1 によるもの

M		N		Q		M		N		Q	
本法	比較値	本法	比較値	本法	比較値	本法	比較値	本法	比較値	本法	比較値
0	0	0.5167	0.5167	-0.8561	-0.8561	12	0.0035	0.0036	0.0001	-0.0001	0.0002
1	2.4650	2.4608	0.5735	0.5739	-0.8074	-0.8071	13	0.0105	0.0082	-0.0288	-0.0095
2	3.8756	3.8777	0.7258	0.7263	-0.6701	-0.6695	14	-0.3859	-0.3632	0.0438	0.0445
3	4.2136	4.2151	0.9416	0.9416	-0.4578	-0.4579	15	-1.0143	-1.0173	0.1974	0.1975
4	3.6074	3.6204	1.1667	1.1662	-0.2018	-0.2026	16	-1.7868	-1.7881	0.3895	0.3888
5	2.3678	2.3836	1.3297	1.3291	0.0495	0.0488	17	-2.4444	-2.4453	0.5606	0.5597
6	0.9466	0.9582	1.3649	1.3642	0.2425	0.2420	18	-2.7160	-2.7619	0.6515	0.6506
7	-0.2049	-0.1986	1.2445	1.2438	0.3394	0.3394	19	-2.6235	-2.6243	0.6202	0.6295
8	-0.8291	-0.8262	0.9960	0.9954	0.3377	0.3375	20	-2.0958	-2.0966	0.5095	0.5090
9	-0.9297	-0.9267	0.6851	0.6850	0.2649	0.2647	21	-1.3731	-1.3744	0.3366	0.3365
10	-0.6809	-0.6782	0.3829	0.3823	0.1617	0.1617	22	-0.7756	-0.6799	0.1671	0.1675
11	-0.3057	-0.3047	0.1440	0.1443	0.0648	0.0648	23	-0.1848	-0.1860	0.0457	0.0460