

水平横荷重を受けるアーチの水平変位について。

東北大学 正員 植浦 大三

〇 “ “ 黄 鶴岡

1. まえがき

アーチ橋がその面内に作用する力に対しどんな反力や内力を起し、どのように変形するかなどの問題は既に充分知られている。アーチ橋の支間も最近ではだんだん長くなり、中支間との比はますます小となり、細長い構造物となるこほが多い。このようなアーチ橋にアーチの面に直角に水平横荷重が作用するときアーチがどのように変形するか、特にクラウンの水平変位はどうなるかなど問題は近頃上部に補剛桁をもつアーチ橋が建設される機会が多く、補剛桁にも水平荷重をこほせるこほが多いので重要となってきた。この計算の場合アーチの水平変位を求めるこほが必要となる。水平横荷重を受けるアーチは勿論立体的問題であるからアーチの曲げ剛性、接り剛性のほか曲げ接り剛性も関係する。本報告においてはアーチ軸として円弧を採用し、断面が全長を通じ一様の場合、アーチのクラウンに水平単一荷重が作用するときのクラウンの水平変位について検討することとした。

2. アーチ・クラウンの水平変位

全く相等しい1対のアーチに剛な横桁と密に配置し、水平荷重を受けて変形する場合、全体の断面形が不変と考へて支障のないようなアーチ橋は橋軸をアーチの中心軸とする1体のアーチに置きかえて考へることができる。このときのねじり角 β 、水平変位 v は次式より求められる。

$$\frac{E\bar{C}_{ad}}{R^2} \frac{d^4 v}{d\varphi^4} + (G\bar{J}_d - \frac{E\bar{C}_{ad}}{R^2}) \frac{d^2 \beta}{d\varphi^2} + G\bar{J}_d \beta = -(1 + \frac{G\bar{J}_d}{EJ_z} + \frac{E\bar{C}_{ad}}{EJ_z R^2}) M_z R - \frac{E\bar{C}_{ad}}{EJ_z R^2} q R^2 \quad \text{---(1)}$$

$$\frac{1}{R^2} \frac{d^2 v}{d\varphi^2} + \frac{1}{R} \beta = -\frac{1}{EJ_z} M_z \quad \text{---(2)}$$

ただし

$$M_z = M_z^0 + M_A \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin \alpha} - M_B \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha}$$

$$\text{また } \bar{J}_d = 2J_d, \quad \bar{J}_z = 2J_z + 2A\left(\frac{b}{2}\right)^2 \approx \frac{Ab^2}{2}, \quad \bar{C}_{ad} = 2C_{ad} + 2J_y\left(\frac{b}{2}\right)^2 \approx \frac{J_y b^2}{2}$$

$E\bar{J}_z$, $G\bar{J}_d$, $E\bar{C}_{ad}$ は置きかえられるアーチの曲げ剛性、接り剛性、曲げ接り剛性、 EJ_z , GJ_d , EC_{ad} は片側のリブについてそれぞれを表す。また A は片側のリブの断面積、 b は両側のアーチの中心間隔である。 M_A , M_B は両端における固定モーメント、 M_z は曲げモーメント、 M_z^0 はアーチを単純曲線桁と考へたときの曲げモーメント、 q は分布水平荷重である。

クラウンに水平荷重 q のみが作用するときクラウンの水平変位を v とすると上式を解いて(3)式が得られる。ただし両端部におけるそりは自由とした。アーチの端部のそりについては完全に拘束の場合もあるが、多くの場合は完全に自由でもなく、また完全に拘束されてもいないで、明瞭を欠いているが、我々の計算では両端の拘束の度合は v の値に殆んど影響がないので、そりが完全に自由であるとして計算とした。(3)式中 $M = R\sqrt{\frac{EJ_z}{E\bar{C}_{ad}}}$, $\frac{1}{R} = \frac{E\bar{J}_z}{G\bar{J}_d}$, α はアーチの中心角を表す。

$$V_c = \frac{X R^3}{E J_z} \Omega(M, \lambda, \alpha) \text{ ----- (3)}$$

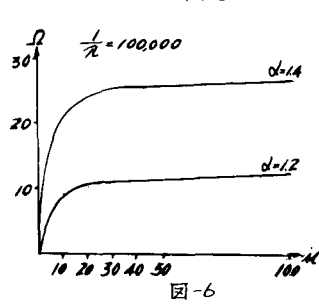
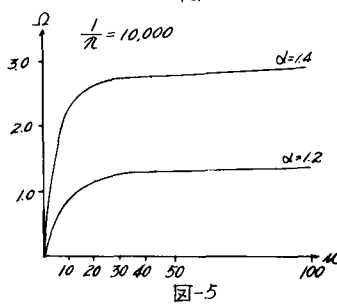
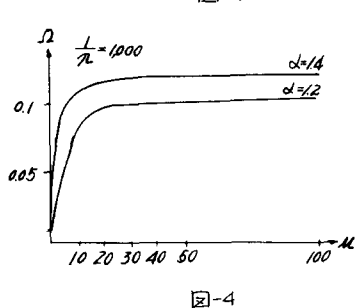
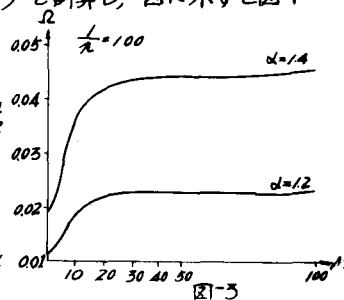
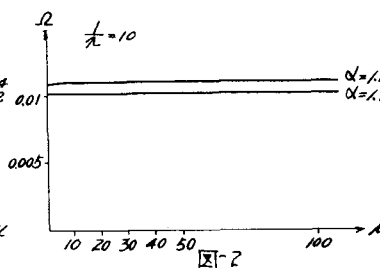
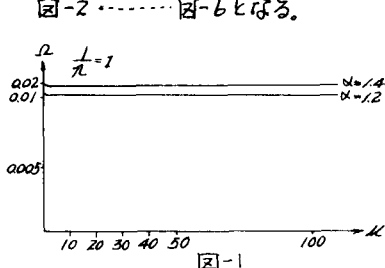
$$\Omega(M, \lambda, \alpha) = \frac{1}{2} \left(\frac{M^2}{1+M^2} \frac{1}{\lambda} + 1 \right) \left\{ \frac{3}{4} \alpha + \frac{\alpha}{4} \tan^2 \alpha - \frac{3}{2} \tan \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2 M^2} \right\} + \frac{2+M^2}{2(1+M^2)} \tan \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2 M (1+M^2)^2} \frac{1}{\lambda} \tan \frac{M \alpha}{2}$$

$$- \frac{1+M^2}{4 M^2} \alpha$$

$$\left[\left(\frac{M^2}{1+M^2} \frac{1}{\lambda} + 1 \right) \left\{ \left(\frac{\alpha}{4} \tan^2 \frac{\alpha}{2} - 1 - \frac{1}{1+M^2} \right) \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \alpha} + \frac{1+M^2}{2 M^2} \right\} + \frac{2+M^2 \sin \frac{\alpha}{2}}{1+M^2 \sin \alpha} \right. \\ \left. - \frac{1}{1+M^2} \frac{1}{\lambda} \frac{\sin \frac{M \alpha}{2}}{\sin M \alpha} - \frac{1+M^2}{2 M^2} \right] \times \left[\frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\frac{M^2}{1+M^2} \frac{1}{\lambda} + 1 \right) \left(-\frac{1}{1+M^2} \right) \right. \\ \left. - \left\{ 2 \sin \alpha \cos \alpha + (1+M^2) \alpha \right\} \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \alpha} \right. \\ \left. + 2 \frac{\sin^2 \alpha}{M^2} \frac{\sin \frac{M \alpha}{2}}{\sin M \alpha} + 2 \sin^2 \alpha \cos \frac{\alpha}{2} \right. \\ \left. + (1+M^2) \sin \alpha \left(2 \sin \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \right) \right. \\ \left. - \left\{ \frac{2(1+M^2)}{M^2} \sin^2 \alpha + 2(1+M^2) \sin \alpha \right\} \frac{1}{2} \right] \\ \left. - \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \alpha} + 1 \right]$$

普通 M は極めて小さいか極めて大きいのである。 $\Omega(\lambda, M, \alpha)$ を計算し、図に示すと図-1

図-2 図-6 となる。



3 まとめ

図-1, 2 より $\frac{1}{\lambda}$ が 10 以下の場合には Ω は M の値に影響をうけなくて殆んど一定である。図-3, 4, 5, 6 より $\frac{1}{\lambda}$ が 100 以上になると $M=40$ 以上になると Ω の変化はゆるやかで殆んど変化ないといわれるが、それ以下の場合は M の値によって大きく変化する。 M の影響を受けないといふことは曲げ捩り剛性を考慮しなくともよいことを意味する。