

大阪工業大学

正員 ○岡村宏一

大阪設計コンサルタンツKK

正員 吉田公憲

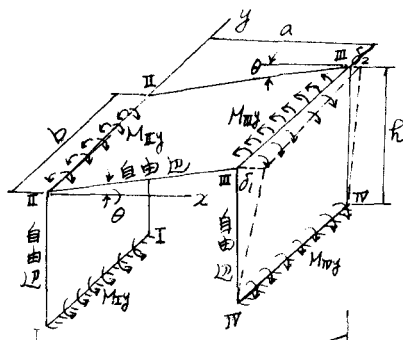
全 上

正員 小林真一

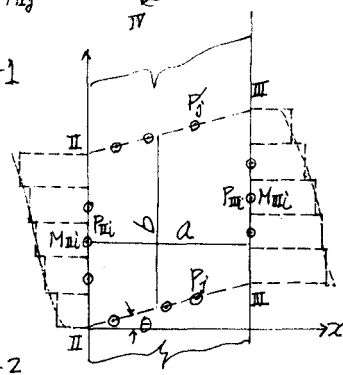
I) まえがき：斜折板構造は、一般に斜板を頂板とし矩形板を側壁として構成される立体構造であり、断面力の配分等設計上未知の点を有している。この種の構造について研究された例は数少ないようである。¹⁾ われわれは先に連続斜板の解析²⁾、ならびに門型壁体の解析³⁾に用いた手法を応用してこの構造に対する1つの解式を求めたので報告する。

II) 解法の概要

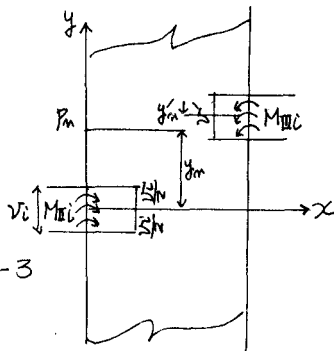
斜折板の頂板である斜板について、実際に最も利用度の高い場合として相対する斜線境界が自由、他の2辺が側壁との連続節線(Ⅱ-Ⅱ, Ⅲ-Ⅲ, Ⅳ-Ⅳ参照)となるような場合の解式を求める。このような斜板の解式を比較的容易に得るために直交座標を用い、斜に相対して分布する不静定モーメント(M_{xy} , M_{yx})の導入を簡易化するために、その分布を矩形に分割する近似法⁴⁾(Ⅳ-2参照)および節線上に於ける、たわみ角-端モーメント公式を求めるための逐次法⁵⁾、さらに斜線境界の自由条件を満足させるための逐次法⁶⁾を適用した。側壁は矩形板であるので、その自由辺の条件は Levy 解等の補足解を用いて容易に満足されるので、この辺上には境界逐次法を採らない。頂板(斜板)と連続する節線上では、斜板と同じく分割された不静定モーメント及び斜板と同一の点に逐次法を採る。側壁基部の切線(Ⅰ-Ⅰ, Ⅳ-Ⅳ)は本文では固定条件を満足させる。一般に荷重によって頂板は水平移動ならびに節線上に分布するせん断力の合力の偏心力によって回転を生じ、側壁(Ⅳ-Ⅰ)は、例えば節線(Ⅲ-Ⅲ, Ⅳ-Ⅳ)が直線を保ちつつねじられることになる。本文に示すような末端固定の場合の側壁のこのような変形の条件は、高さ h の2倍の辺長を有する板の対称変形を考へ、節線(Ⅰ-Ⅰ又はⅣ-Ⅳ)に相当する中央線に矩形分割された未知の線荷重を与え、この線上に選ばれた逐次のたわみを直線的に配置させる近似法⁶⁾によって満足される。一般に、この



Ⅳ-1



Ⅳ-2



Ⅳ-3

1) 四野宮教授はこの問題に対する試案を示した。土木学会年次学術講演会(S.41)

2) 岡村, 吉田, 小林: 連続斜板の解析 土木学会関西支部年次学術講演会(S.41)

3) Kurata, Okamura: A Method of Analysis of a Solid Structure Composed of Plate Elements I. A. B. S. E (1964)

4) Kurata, Okamura: A Method of Approximation on the Plate Problem. Memo. Osaka City Univ. (1962)

5) 岡村: 変形平板の境界値問題に対する逐次法的应用について, 大阪工科大学 Vol. 8, No. 2 (1962)

6) 吉田, 岡村: 門型壁体の曲げ 土木学会年次学術講演会(S.38)

種の構造を形成する平板はせん断変形に対する抵抗が非常に大きく、又側壁下端の基礎に対する変位等も充分な評価の出来ない場合が多いので、頂板の回転を無視し、非対称荷重の場合に一定の水平移動をすると見做すのが実用的である。($\delta_1 \div \delta_2 = \delta$)

III) 解式

図-2に示すように、斜に相対して分布する節線上の不静定モーメント M_{xy} , M_{yx} を幾つかの等分布モーメント M_{x1} , M_{x2} 等の集合による近似分布に置換するとその導入が簡易化される。すなわち、この場合まず図-3に示すような相対2辺単純支持の一方向無限板の原点Oにある分布巾 V_1 をもつ等分布モーメント M_{x1} が作用する場合のたわみ W を求めると、

$$\begin{aligned} W_1 &= W_{y=0} = \frac{2M_{x1}a^2}{\pi^3 D} \left[\frac{\pi^2}{12} \xi (\xi^2 - 3\xi + 2) - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^3} \sin m\pi \xi \left(1 + \frac{m\pi V_1}{4a} \right) e^{-\frac{m\pi V_1}{2a} \xi} \right] \quad \xi = \frac{x}{a} \\ W_2 &= W_{y=2y_0} = \frac{M_{x1}a}{2\pi^2 D} \left[\frac{\pi^2}{3} \xi (\xi^2 - 3\xi + 2) - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \sin m\pi \xi \left[\left(\frac{2a}{m\pi} + y + \frac{V_1}{2} \right) e^{-\frac{m\pi(2y+V_1)}{2a}} + \left(\frac{2a}{m\pi} - y + \frac{V_1}{2} \right) e^{-\frac{m\pi(2y-V_1)}{2a}} \right] \right] \\ W_3 &= W_{y=y_1} = \frac{M_{x1}a}{2\pi^2 D} \left[\frac{\pi^2}{6} \xi (\xi^2 - 3\xi + 2) - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \sin m\pi \xi \left(\frac{2a}{m\pi} + V_1 \right) e^{-\frac{m\pi V_1}{a} \xi} \right] \\ W_4 &= W_{y > y_2} = \frac{M_{x1}a}{2\pi^2 D} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \sin m\pi \xi \left[\left(\frac{2a}{m\pi} + y + \frac{V_1}{2} \right) e^{-\frac{m\pi(2y+V_1)}{2a}} - \left(\frac{2a}{m\pi} + y + \frac{V_1}{2} \right) e^{-\frac{m\pi(2y+V_1)}{2a}} \right] \end{aligned}$$

以上の4つの式のいずれかを用いればモーメント M_{x1} による節線II~II又はIII~III上の任意の選定のたわみ角は容易に求まる。また相対辺に作用するモーメント M_{x2} によるたわみ角も同様に求まる。

例えば M_{x1} 及び M_{x2} による節線II~II上の選定 P_n のたわみ角 θ_n は

$$\begin{aligned} \theta_n &= \theta_n(M_{x1}) + \theta_n(M_{x2}) = \frac{a}{2\pi D} \left[M_{x1} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \left\{ \left(\frac{2}{m\pi} + \frac{y_m}{a} + \frac{V_1}{2a} \right) e^{-\frac{m\pi(2y_m+V_1)}{2a}} - \left(\frac{2}{m\pi} + \frac{y_m}{a} + \frac{V_1}{2a} \right) e^{-\frac{m\pi(2y_m+V_1)}{2a}} \right\} \right. \\ &\quad \left. + M_{x2} \left[\frac{\pi}{3} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m} \left\{ \left(\frac{2}{m\pi} + \frac{y'_m}{a} + \frac{V_1}{2a} \right) e^{-\frac{m\pi(2y'_m+V_1)}{2a}} + \left(\frac{2}{m\pi} - \frac{y'_m}{a} + \frac{V_1}{2} \right) e^{-\frac{m\pi(2y'_m-V_1)}{2a}} \right\} \right] \right] \end{aligned}$$

また与えられた荷重による図-3に示す2辺単純支持の一方向無限板の P_n 点に於けるたわみ角を $\theta_n(L)$ と表わせば、 M_{xy} , M_{yx} の不静定分布モーメント及び荷重による P_n 点のたわみ角は次のように近似される

$$\theta_n = \sum_{i=1}^r \theta_n(M_{xi}) + \sum_{i=1}^{r'} \theta_n(M_{yi}) + \theta_n(L) \quad r, r' \text{ は } M_{xy}, M_{yx} \text{ の分割数}$$

以上、図-3に示すような1プロソクのモーメントが作用する一方向無限板の解を基に重ね合わせを行って節線上の任意の選定のたわみ角が求められる。次に図-2を参照して同じ一方向板上で切断される斜線境界上に選定 P_j 等を探りこれらの点で自由条件を満足させて、近似的に自由辺の条件を満足するための補足解を境界選定法に便利な形で次のように与える。

$$\begin{aligned} W_5 &= \sum_{j=1}^S [f_j(\eta) A_j - g_j(\eta) B_j + \bar{f}_j(\eta) A'_j - \bar{g}_j(\eta) B'_j] \sin j\pi \xi \\ f_j(\eta) &= \{ (\beta_2 \lambda - \beta_1 \eta) e^{j\pi \eta} + (\beta_2 \lambda + \beta_1 \eta) e^{-j\pi \eta} \} j\pi & g_j(\eta) &= \beta_1 e^{j\pi \eta} + \beta_2 e^{-j\pi \eta} \\ \bar{f}_j(\eta) &= \{ (\beta_2 \lambda - \beta'_1 \eta) e^{j\pi \eta} + (\beta_2 \lambda + \beta'_1 \eta) e^{-j\pi \eta} \} j\pi & \bar{g}_j(\eta) &= \beta'_1 e^{j\pi \eta} + \beta'_2 e^{-j\pi \eta} \\ \beta_0 &= \frac{1}{1 - (-1)^{j\pi} e^{-j\pi \lambda}} & \beta_1 &= \frac{(-1)^{j\pi} e^{-j\pi \lambda}}{1 - (-1)^{j\pi} e^{-j\pi \lambda}} & \beta_2 &= \frac{(-1)^{j\pi} e^{-j\pi \lambda}}{\{ 1 - (-1)^{j\pi} e^{-j\pi \lambda} \}^2} \quad (\text{斜正対称系}) \\ \beta'_0 &= \frac{1}{1 + (-1)^{j\pi} e^{-j\pi \lambda}} & \beta'_1 &= \frac{(-1)^{j\pi} e^{-j\pi \lambda}}{1 + (-1)^{j\pi} e^{-j\pi \lambda}} & \beta'_2 &= \frac{(-1)^{j\pi} e^{-j\pi \lambda}}{\{ 1 + (-1)^{j\pi} e^{-j\pi \lambda} \}^2} \quad (\text{斜逆対称系}) \end{aligned}$$

$$\lambda = \frac{V}{A} + \tan \theta \quad \theta: \text{斜角} \quad \eta = \frac{y}{A} \quad S: \text{境界選点 } P_j \text{ の数}$$

このような補足解による斜線上の点 P_m のたわみ角 $\theta_m(c)$ は

$$\theta_m(c) = \sum_{j=1}^S \frac{f_j \pi}{A} \{ f_j(\eta_m) A_j - g_j(\eta_m) B_j + \bar{f}_j(\eta_m) A_j - \bar{g}_j(\eta_m) B_j \} \quad \eta_m = \frac{y_m}{A}$$

$$\text{結局 } \theta_m \text{ は } \theta_m = \sum_{i=1}^S \theta_m(M_{ii}) + \sum_{j=1}^S \theta_m(M_{ji}) + \theta_m(L) + \theta_m(c)$$

また補足解 W_s の積分定数は、自由边上の各選点 $P_j(x_j, y_j)$ に対して、斜辺に直角方向のモーメント 0 ならびにせん断力 0 の条件より、次式によって定められる。

$$\sum_{j=1}^S \frac{f_j \pi^2}{A^2} \{ \{ C_1(f_j(\eta_j) - ZC_2 g_j(\eta_j)) A_j + \{ C_1 \bar{f}_j(\eta_j) - ZC_2 \bar{g}_j(\eta_j) A_j - C_1(g_j(\eta_j) B_j + \bar{g}_j(\eta_j) B_j) \} \sin j \pi \xi_j - C_3 \{ f_j(\eta_j) - g_j(\eta_j) A_j + \{ \bar{f}_j(\eta_j) - \bar{g}_j(\eta_j) A_j - g_j(\eta_j) B_j - \bar{g}_j(\eta_j) B_j \} \cos j \pi \xi_j \} + \phi_j = 0$$

$$\sum_{j=1}^S \frac{f_j \pi^3}{A^3} \{ \{ (d_1 f_j(\eta_j) - d_2 g_j(\eta_j)) A_j + (d_1 \bar{f}_j(\eta_j) - d_2 \bar{g}_j(\eta_j)) A_j - d_1(g_j(\eta_j) B_j + \bar{g}_j(\eta_j) B_j) \} \sin j \pi \xi_j + \{ (d_3 f_j(\eta_j) + d_4 g_j(\eta_j)) A_j + (d_3 \bar{f}_j(\eta_j) + d_4 \bar{g}_j(\eta_j)) A_j - d_3(g_j(\eta_j) B_j + \bar{g}_j(\eta_j) B_j) \} \cos j \pi \xi_j \} + \psi_j = 0$$

$$\text{ただし } f_j(\eta_j) = \{ (c_2 \lambda - c_1 \eta_j) e^{i \pi \eta_j} - (c_2 \lambda + c_1 \eta_j) e^{-i \pi \eta_j} \} / 2 \pi \quad g_j(\eta_j) = c_1 e^{i \pi \eta_j} + c_2 e^{-i \pi \eta_j} \\ \bar{f}_j(\eta_j) = \{ (c_2 \lambda - c_1 \eta_j) e^{i \pi \eta_j} - (c_2 \lambda + c_1 \eta_j) e^{-i \pi \eta_j} \} / 2 \pi \quad \bar{g}_j(\eta_j) = c_1 e^{i \pi \eta_j} + c_2 e^{-i \pi \eta_j}$$

$$C_1 = (1-V)(\cos^2 \theta - \lambda \sin^2 \theta), \quad C_2 = \cos^2 \theta + V \lambda \sin^2 \theta \quad C_3 = -Z(1-V) \lambda \sin \theta \cos \theta$$

$$d_1 = (1-V)(3 \sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \cos \theta, \quad d_2 = \{ (1-V)(5 \sin^2 \theta - \cos^2 \theta) + Z \} \cos \theta$$

$$d_3 = (1-V)(3 \cos^2 \theta - \lambda \sin^2 \theta) \sin \theta, \quad d_4 = \{ 1 + (1-V)(\lambda \sin^2 \theta - Z \cos^2 \theta) \} \lambda \sin \theta$$

ϕ_j, ψ_j はそれぞれ、不静定モーメント $M_{ij}(y), M_{ji}(y)$ 荷重によって一方無限長の斜辺上選点位置 (x_j, y_j) に生じているモーメント及びせん断力であって、前述の $W_1 \sim W_4$ のたわみ変数を利用する重ね合せによって次式より得られるが、 W_s と座標系を異にするので重ね合せの符号に注意を要する。

$$\phi_j = (a_1 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + a_2 \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + a_3 \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y})(x_j, y_j) \quad \psi_j = (b_1 \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} + b_2 \frac{\partial^3 W}{\partial y^3} + b_3 \frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y} + b_4 \frac{\partial^3 W}{\partial x \partial y^2})(x_j, y_j)$$

$$a_1 = \lambda \sin^2 \theta + V \cos^2 \theta \quad a_2 = \cos^2 \theta + V \lambda \sin^2 \theta \quad a_3 = -Z(1-V) \lambda \sin \theta \cos \theta$$

$$b_1 = -\{ 1 + (1-V) \cos^2 \theta \} \lambda \sin \theta \quad b_2 = \{ 1 + (1-V) \lambda \sin^2 \theta \} \cos \theta$$

$$b_3 = \{ 1 + (1-V)(\cos^2 \theta - Z \lambda \sin^2 \theta) \} \cos \theta \quad b_4 = -\{ 1 + (1-V)(\lambda \sin^2 \theta - Z \cos^2 \theta) \} \lambda \sin \theta$$

以上は頂角の諸条件を満足するための解式である。

次に、側壁の解式を求める。側壁の場合、自由辺には境界選点を採らず、斜板と連続する斜線上、ならびに固定辺に選点を採って、その変形の条件を満足させるようにする。次頁の図-4を参照して、 x 方向に側壁の高さ h の2倍の辺長を有する矩形板を考え、その斜板と相接する支持辺 $\Pi \sim \Pi$ に斜板の端モーメント M_{ij} と逆方向の $-M_{ji}$ を分布させ斜板の場合と同一の分割を行う。一方、相対する支持辺に同様のモーメントを作用させて対称変形を生ぜしめる。いまある分割区間のモーメント M_{ii} が作用した場合の対称変形のたわみ W_i は

$$W_i = \frac{Z M_{ii}}{D R B} \sum_{l=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} \frac{1}{B_m} f_{mn}(y) \sin \beta_n y_l \lambda \sin \alpha_m x$$

ただし

$$f_{mn}(y) = A_{mn} \{ \sin \beta_n y + \frac{\beta_n}{\alpha_m} (\frac{\beta_n^2}{\alpha_m^2} + 2 - V) \{ G_{mn}(\alpha_m y \sinh \alpha_m y - \frac{Z}{1-V} \cosh \alpha_m y) + H_{mn}(\frac{1+V}{1-V} \times \sinh \alpha_m y + \alpha_m y \cosh \alpha_m y) - \frac{1}{1-V} \sinh \alpha_m y \} \quad \alpha_m = \frac{m \pi}{Z h} \quad \beta_n = \frac{n \pi}{b} \quad A_{mn} = \frac{4 \alpha_m}{(\alpha_m^2 + \beta_n^2)^2}$$

$$G_{mn} = \frac{\{ (-1)^n \operatorname{cosech} \alpha_m b - \coth \alpha_m b \} \{ 3 + V - (-1)^n (1-V) \alpha_m b \operatorname{cosech} \alpha_m b \}}{(3+V)^2 - \{ (1-V) \alpha_m b \operatorname{cosech} \alpha_m b \}^2}$$

$$H_{mn} = \frac{3 + \nu - (1 - \nu)^2 \alpha m b \operatorname{cosech} \alpha m b}{(3 + \nu)^2 - \{(1 - \nu) \alpha m b \operatorname{cosech} \alpha m b\}^2}$$

次に側壁の固定辺に相当する中心線 I-I に等価分割
された線荷重を作用させて対称変形を生ぜしめる。

いまある分割区間の等分布線荷重 P_{li} が作用した時の
たわみ W_{li} は

$$W_{li} = \frac{Q_{Ili}}{D R b} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{\alpha m \beta n} f_{mn}(y) \sin \frac{P_{li} V_{li}}{2} \sin \frac{n \pi}{2} \sin \beta n y_{li}$$

M_{li} , P_{li} の重ね合せにより、不静定力 M_{ly} , S_{ly} の作用する場合に
固定辺 I-I が直線を保つ条件は

$$\delta_{li} = \sum_{l=1}^L W_{li}(M_{li}) + \sum_{l=1}^L W_{li}(Q_{li}) = 0$$

M_{ly} , P_{ly} の作用による頂板との節線 II ~ II に於ける選点 P_{li} におけるたわみ
角 θ_{li} は $\left(\frac{\partial W_{li}}{\partial x}\right)_{x=0, y=y_{li}} = \theta_{li}(M_{li})$ $\left(\frac{\partial W_{li}}{\partial x}\right)_{x=0, y=y_{li}} = \theta_{li}(Q_{li})$ より

$$\theta_{li} = \sum_{l=1}^L \theta_{li}(M_{li}) + \sum_{l=1}^L \theta_{li}(Q_{li})$$

i) 節線方程式：不静定モーメント M_{ly} , M_{lx} の分割値 M_{li} , M_{li} 等は節線 II ~ II, III ~ III 上の各選点
に於けるたわみ角を等置して得られる。例えば II ~ II 上の P_{li} では

$$\sum_{l=1}^L \theta_{li}(M_{li}) + \sum_{l=1}^L \theta_{li}(M_{li}) + \theta_{li}(L) + \theta_{li}(C) = \sum_{l=1}^L \theta_{li}(M_{li}) + \sum_{l=1}^L \theta_{li}(Q_{li})$$

ii) 片方程式：頂板の変位量 δ に対し節線 II ~ II, III ~ III に作用するせん断力に対し、頂板
の面内で $\sum S = \int S_{xy} dy + \int S_{yx} dy = 0$ の条件式を立てる。この式は次式で近似される。

$$\sum S = \sum_{l=1}^L Q_{li} V_{li} + \sum_{l=1}^L Q_{li} V_{li} = 0 \quad l, l' \text{ は } Q_{li}, Q_{li} \text{ の分割数}$$

iii) 固定辺の条件式：固定辺に於ける $\theta_y = 0$ は既に満足されているが未知の分布線荷重
 Q_{ly} , Q_{lx} の分割値 Q_{li} , Q_{li} に対し固定辺 I ~ I, IV ~ IV, 上の各選点のたわみが直線を保
持する条件式を立てる。例えば、I ~ I 上の P_{li} では $\delta_{li} = \delta$

iv) 頂板の自由辺に於ける条件式：補足解に含まれる未定常数 A_j , A_j' , B_j , B_j' 等に対し、
前述の様は $M = 0$ $S = 0$ の条件式を立てる。

以上の各式を連立させて解けば必要な未知量が求まる。

v) 計算例：

一 至向 脚部固定斜折板

計算 Data, $a = b = l$ $\tan \theta = 0.4$

節線上の不静定力の分割数, 5 等分

節線上の選点数: 5 斜線境界上に

採った選点数: 5

頂板に等分布荷重 (q) を満載する正対
称変形の場合について計算を行った

左図に示すのは得られた節線モー

メントの分布で上部節線 I 上では鈍角側でかなり増大がみられる。

