

こゝで、部材列 A, C, B, D の弾性曲線 $\delta_A(y)$, $\delta_B(y)$ を正弦フーリエ級数で表わしうるものとし、次のごとく仮定する。

$$\delta_A(y) = \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{An} \sin \beta_n y, \quad \delta_B(y) = \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{Bn} \sin \beta_n y \quad (5)$$

式(5)を式(4)に代入し得られる諸式と式(3)の境界条件とに式(2)を代入し、積分定数 $A_m \sim D_n$, $A_n \sim D_n$ を求めれば次の結果を得る。

$$\left. \begin{aligned} A_m = B_m = C_m = D_m = 0, \quad A_n = -\frac{1}{\sinh \beta_n} \left\{ \cosh \beta_n + \frac{(1-\nu)\beta_n}{2 \sinh \beta_n} \right\} \delta_{An} + \frac{1}{\sinh \beta_n} \left\{ 1 + \frac{(1-\nu)\beta_n \cosh \beta_n}{2 \sinh \beta_n} \right\} \delta_{Bn} \\ B_n = -\frac{(1-\nu)\beta_n}{2} \delta_{An}, \quad C_n = \delta_{An}, \quad D_n = \frac{(1-\nu)\beta_n}{2 \sinh \beta_n} (\delta_{An} \cosh \beta_n - \delta_{Bn}), \quad \beta_n = \frac{n\pi a}{l} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式(6)における δ_{An} , δ_{Bn} は、板から部材列に伝えられる辺 A, C, B, D の反力 $V_A(y) = (V_x)_{x=0}$ および $V_B(y) = (V_x)_{x=a}$ を荷重として受ける部材列 A, C, B, D の弾性曲線が式(5)の $\delta_A(y)$, $\delta_B(y)$ にそれぞれ等しいという条件より次のごとく求められる。まず部材列に荷重として作用する板の反力 V_x とにわみ w との関係は周知のごとく次式で与えられる。

$$V_x = -D \left\{ \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right\} \quad (7)$$

式(6)を式(2)に代入し得られる結果を式(7)に代入し、辺 A, C および B, D の反力 $V_A(y)$, $V_B(y)$ を求めれば次式のごとく得られる。

$$\left. \begin{aligned} V_A(y) = \sum_{n=1}^{\infty} V_{An} \sin \beta_n y \\ V_B(y) = \sum_{n=1}^{\infty} V_{Bn} \sin \beta_n y \end{aligned} \right\} \quad (8) \quad \left. \begin{aligned} V_{An} = D \left[-h(\beta_n) \delta_{An} + \bar{h}(\beta_n) \delta_{Bn} + \sum_{m=1}^{\infty} \{ \alpha_m^2 + (2-\nu) \beta_n^2 \} \alpha_m G_{mn} \right] \\ V_{Bn} = D \left[\bar{h}(\beta_n) \delta_{An} - h(\beta_n) \delta_{Bn} - \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \{ \alpha_m^2 + (2-\nu) \beta_n^2 \} \alpha_m G_{mn} \right] \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} h(\beta_n) &= \{ (1-\nu) \beta_n + (3+\nu) \sinh \beta_n \cosh \beta_n \} (1-\nu) \beta_n^2 / (2 \sinh^2 \beta_n) \\ \bar{h}(\beta_n) &= \{ (1-\nu) \beta_n \cosh \beta_n + (3+\nu) \sinh \beta_n \} (1-\nu) \beta_n^2 / (2 \sinh^2 \beta_n) \end{aligned}$$

他方、図-2 に示すごとく任意垂直荷重 $p(y)$ が作用する場合のラメンの部材列 δ の弾性曲線は、フーリエ級数

を用いて次のごとく表わし得る。(文献(8)の式(10)参照)

$$\delta_{\delta}(y) = \frac{e^4}{EI \pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} H_n \sin \frac{n\pi}{\delta} y, \quad \text{ここに} \quad H_n = \frac{2}{\delta} \int_0^{\delta} p(y) \sin \frac{n\pi}{\delta} y dy - \frac{2}{\delta} \sum_{i=1}^m R_i \sin n\pi \varepsilon_i + \frac{2n\pi}{\delta^2} \sum_{i=1}^m M_i \cos n\pi \varepsilon_i + \frac{2n\pi}{\delta^2} \{ M_0^* + (-1)^m M_0^* \}$$

ただし $p(y)$: 任意垂直荷重, R_i : 中間支柱反力, M_i : 中間支柱の柱頭モーメント, M_0^*, M_0^* : 端モーメント (10)

いま、辺 AC における部材列が中間支柱 r 個 ($i=1, 2, \dots, r$) で支えられ、辺 BD における部材列が中間支柱 s 個 ($j=1, 2, \dots, s$) で支えられるものとする。このとき、式(10)における荷重 $p(y)$ と式(8)の $V_A(y)$, $V_B(y)$ を用いれば、辺 A, C, B, D における各部材列の弾性曲線 $\delta_A(y)$, $\delta_B(y)$ は結局次のごとく求められる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_A(y) = \frac{e^4 k_A}{(D \pi^4)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} H_n^A \sin \beta_n y \\ \delta_B(y) = \frac{e^4 k_B}{(D \pi^4)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} H_n^B \sin \beta_n y \end{aligned} \right\} \quad (11) \quad \left. \begin{aligned} H_n^A = V_{An} - \frac{2}{\delta} \sum_{i=1}^r R_i^A \sin n\pi \varepsilon_i^A + \frac{2n\pi}{\delta^2} \sum_{i=1}^r M_i^A \cos n\pi \varepsilon_i^A + \frac{2n\pi}{\delta^2} \{ M_0^A + (-1)^r M_0^A \} \\ H_n^B = V_{Bn} - \frac{2}{\delta} \sum_{j=1}^s R_j^B \sin n\pi \varepsilon_j^B + \frac{2n\pi}{\delta^2} \sum_{j=1}^s M_j^B \cos n\pi \varepsilon_j^B + \frac{2n\pi}{\delta^2} \{ M_0^B + (-1)^s M_0^B \} \end{aligned} \right\}$$

$$k_A = eD/E_0^2 I_0^2, \quad k_B = eD/E_0^2 I_0^2.$$

式(11)を式(5)に代入しうえさらに式(9)を用いれば δ_{An} , δ_{Bn} に関する二連立方程式が得られる故、これを連立に解けば δ_{An} , δ_{Bn} 次のごとく求められる。

$$\begin{aligned} \delta_{An} &= \frac{e^3 k_A}{n^4 \pi^4 D} \left[\left(\frac{2e^2 K}{n^4 \pi^4 H} - \frac{2}{\delta} \right) \sum_{i=1}^r R_i^A \sin n\pi \varepsilon_i^A + \left(-\frac{2e^2 K}{n^4 \pi^4 H} + \frac{2n\pi}{\delta^2} \right) \sum_{i=1}^r M_i^A \cos n\pi \varepsilon_i^A + \left(\frac{2n\pi}{\delta^2} - \frac{2e^2 K}{n^4 \pi^4 H} \right) \{ M_0^A + (-1)^r M_0^A \} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2e^2 \bar{h}(\beta_n)}{n^4 \pi^4} k_B \sum_{j=1}^s R_j^B \sin n\pi \varepsilon_j^B + \frac{2e^2 \bar{h}(\beta_n)}{n^4 \pi^4} k_B \sum_{j=1}^s M_j^B \cos n\pi \varepsilon_j^B + \frac{2e^2 \bar{h}(\beta_n)}{n^4 \pi^4} k_B \{ M_0^B + (-1)^s M_0^B \} + \sum_{m=1}^{\infty} \{ \alpha_m^2 + (2-\nu) \beta_n^2 \} \alpha_m G_{mn}' \right] \\ \delta_{Bn} &= \frac{e^3 k_B}{n^4 \pi^4 D} \left[-\frac{2e^2 \bar{h}(\beta_n)}{n^4 \pi^4} k_A \sum_{i=1}^r R_i^A \sin n\pi \varepsilon_i^A + \frac{2e^2 \bar{h}(\beta_n)}{n^4 \pi^4} k_A \sum_{i=1}^r M_i^A \cos n\pi \varepsilon_i^A + \frac{2e^2 \bar{h}(\beta_n)}{n^4 \pi^4} k_A \{ M_0^A + (-1)^r M_0^A \} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{2e^2 K}{n^4 \pi^4 H} - \frac{2}{\delta} \right) \sum_{j=1}^s R_j^B \sin n\pi \varepsilon_j^B + \left(\frac{2n\pi}{\delta^2} - \frac{2e^2 K}{n^4 \pi^4 H} \right) \sum_{j=1}^s M_j^B \cos n\pi \varepsilon_j^B + \left(\frac{2n\pi}{\delta^2} - \frac{2e^2 K}{n^4 \pi^4 H} \right) \{ M_0^B + (-1)^s M_0^B \} - \sum_{m=1}^{\infty} \{ \alpha_m^2 + (2-\nu) \beta_n^2 \} \alpha_m G_{mn} \right] \\ \text{ここに} \quad H &= 1 + \frac{e^3 \bar{h}(\beta_n) k_A}{n^4 \pi^4} + \frac{e^3 \bar{h}(\beta_n) k_B}{n^4 \pi^4} + \frac{e^6 \bar{h}^2(\beta_n) k_A k_B}{n^8 \pi^8} - \frac{e^6 \bar{h}^2(\beta_n) k_A k_B}{n^8 \pi^8} \quad (12) \\ K &= k_A \{ h(\beta_n) + \frac{e^3 \bar{h}^2(\beta_n)}{n^4 \pi^4} k_B - \frac{e^3 \bar{h}^2(\beta_n)}{n^4 \pi^4} k_B \}, \quad K' = k_B \{ \bar{h}(\beta_n) + \frac{e^3 \bar{h}^2(\beta_n)}{n^4 \pi^4} k_A - \frac{e^3 \bar{h}^2(\beta_n)}{n^4 \pi^4} k_A \} \\ L &= 1 + \frac{e^3 \bar{h}(\beta_n) k_A}{n^4 \pi^4} + (-1)^m \frac{e^3 \bar{h}(\beta_n) k_A}{n^4 \pi^4}, \quad L' = 1 + \frac{e^3 \bar{h}(\beta_n) k_B}{n^4 \pi^4} - (-1)^m \frac{e^3 \bar{h}(\beta_n) k_B}{n^4 \pi^4}, \quad G_{mn}' = f_{mn} / (\alpha_m^2 + \beta_n^2) \end{aligned}$$

$R_k^A, R_k^B, M_k^A, M_k^B, M_{k0}^A, M_{k0}^B, M_{k1}^A, M_{k1}^B$ が与えられれば式(12)と式(6)に代入することにより積分定数 A_n, B_n, C_n, D_n が決定されることとなる。

(2) 基本連立方程式の誘導 辺 AC, BD におけるラメンの部材列の中間支柱反力 R_k^A, R_k^B , 中間支柱モーメント M_k^A, M_k^B , および端モーメント $M_{k0}^A, M_{k0}^B, M_{k1}^A, M_{k1}^B$ を求めるための基本連立方程式は文献(9)の式(17)より次のごとく与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^r (R_k^A D_k^A - \frac{1}{2} M_k^A D_k^A) - \frac{1}{2} (M_{k0}^A D_k^A + M_{k1}^A D_k^A) &= \frac{c}{2} D_k^A + F^A d_k^A, & \sum_{k=1}^s (R_k^B D_k^B - \frac{1}{2} M_k^B D_k^B) - \frac{1}{2} (M_{k0}^B D_k^B + M_{k1}^B D_k^B) &= \frac{c}{2} D_k^B - F^B d_k^B \\ \sum_{k=1}^r (R_k^A D_k^A - \frac{1}{2} M_k^A D_k^A) - \frac{1}{2} (M_{k0}^A D_k^A + M_{k1}^A D_k^A) &= \frac{c}{2} D_k^A - F^A d_k^A, & \sum_{k=1}^s (R_k^B D_k^B - \frac{1}{2} M_k^B D_k^B) - \frac{1}{2} (M_{k0}^B D_k^B + M_{k1}^B D_k^B) &= \frac{c}{2} D_k^B + F^B d_k^B \\ \sum_{k=1}^r (R_k^B D_k^B - \frac{1}{2} M_k^B D_k^B) - \frac{1}{2} (M_{k0}^B D_k^B + M_{k1}^B D_k^B) &= \frac{c}{2} D_k^B + F^B d_k^B, & \sum_{k=1}^r (R_k^A D_k^A - \frac{1}{2} M_k^A D_k^A) - \frac{1}{2} (M_{k0}^A D_k^A + M_{k1}^A D_k^A) &= \frac{c}{2} D_k^A - F^A d_k^A \\ \sum_{k=1}^r (R_k^B D_k^B - \frac{1}{2} M_k^B D_k^B) - \frac{1}{2} (M_{k0}^B D_k^B + M_{k1}^B D_k^B) &= \frac{c}{2} D_k^B - F^B d_k^B, & \sum_{k=1}^r (R_k^A D_k^A - \frac{1}{2} M_k^A D_k^A) - \frac{1}{2} (M_{k0}^A D_k^A + M_{k1}^A D_k^A) &= \frac{c}{2} D_k^A + F^A d_k^A \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ただし $(k=1, 2, \dots, r), (k=1, 2, \dots, s)$ d_k^A, d_k^B : 辺 AC, BD における部材列の各中間支柱の垂直変位量

θ_k^A, θ_k^B : 辺 AC, BD における部材列の各中間支柱の柱頭にわみ角,

$$F^A = E I_0 \pi^2 / (2l^3)$$

$\theta_0^A, \theta_0^B, \theta_1^A, \theta_1^B$: 辺 AC, BD における部材列の端部にわみ角,

$$F^B = E I_0 \pi^4 / (2l^3)$$

$$\begin{aligned} D_k^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin n \pi \varepsilon_k^A \sin n \pi \varepsilon_k^A, & D_k^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin n \pi \varepsilon_k^B \cos n \pi \varepsilon_k^B, & D_{k1}^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \sin n \pi \varepsilon_k^A, & D_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \sin n \pi \varepsilon_k^B \\ D_k^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos n \pi \varepsilon_k^A \sin n \pi \varepsilon_k^A, & D_k^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos n \pi \varepsilon_k^B \cos n \pi \varepsilon_k^B, & D_{k1}^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos n \pi \varepsilon_k^A, & D_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos n \pi \varepsilon_k^B \\ D_k^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n \pi \varepsilon_k^A}{n^2}, & D_k^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n \pi \varepsilon_k^B}{n^2}, & D_{k1}^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}, & D_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \\ D_k^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}, & D_{k1}^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}, & D_k^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} V_{kn}, & D_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin n \pi \varepsilon_k^B \sin n \pi \varepsilon_k^B \\ D_k^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n \pi \varepsilon_k^B}{n^2}, & D_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \sin n \pi \varepsilon_k^B, & D_k^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos n \pi \varepsilon_k^A \sin n \pi \varepsilon_k^A, & D_{k1}^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos n \pi \varepsilon_k^A \\ D_k^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos n \pi \varepsilon_k^B \cos n \pi \varepsilon_k^B, & D_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n \pi \varepsilon_k^B}{n^2}, & D_k^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos n \pi \varepsilon_k^A, & D_{k1}^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_{kn}}{n^2} \cos n \pi \varepsilon_k^A \\ D_k^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}, & D_{k1}^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}, & D_k^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_{kn}}{n^2}, & D_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \sin n \pi \varepsilon_k^B, & D_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos n \pi \varepsilon_k^B \\ D_{k1}^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}, & D_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} V_{kn} \end{aligned}$$

式(12)と式(9)に代入して V_{kn}, V_{kn} を求め、これを式(13)に代入し演算のうえ整理すれば、矩形板を支えるラメン部材列 AC, BD の各不静定量を求める基本連立方程式が次式のごとく得られる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^r (D_k^A - P_k^A) R_k^A - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^r (D_k^A - P_k^A) M_k^A + \sum_{k=1}^s P_k^B R_k^B - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s P_k^B M_k^B - \frac{1}{2} (D_{k1}^A - P_{k1}^A) M_{k0}^A - \frac{1}{2} (D_{k1}^A - P_{k1}^A) M_{k1}^A - \frac{1}{2} P_{k1}^A M_{k0}^A - \frac{1}{2} P_{k1}^A M_{k1}^A &= \frac{c}{2} P_k^A + F^A d_k^A \\ \sum_{k=1}^r (D_k^A - Q_k^A) R_k^A - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^r (D_k^A - Q_k^A) M_k^A + \sum_{k=1}^s Q_k^B R_k^B - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s Q_k^B M_k^B - \frac{1}{2} (D_{k1}^A - Q_{k1}^A) M_{k0}^A - \frac{1}{2} (D_{k1}^A - Q_{k1}^A) M_{k1}^A - \frac{1}{2} Q_{k1}^A M_{k0}^A - \frac{1}{2} Q_{k1}^A M_{k1}^A &= \frac{c}{2} Q_k^A - F^A d_k^A \\ \sum_{k=1}^r (D_k^A - R_k^A) R_k^A - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^r (D_k^A - R_k^A) M_k^A + \sum_{k=1}^s R_k^B R_k^B - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s R_k^B M_k^B - \frac{1}{2} (D_{k1}^A - R_{k1}^A) M_{k0}^A - \frac{1}{2} (D_{k1}^A - R_{k1}^A) M_{k1}^A - \frac{1}{2} R_{k1}^A M_{k0}^A - \frac{1}{2} R_{k1}^A M_{k1}^A &= \frac{c}{2} R_k^A - F^A d_k^A \\ \sum_{k=1}^r (D_k^A - S_k^A) R_k^A - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^r (D_k^A - S_k^A) M_k^A + \sum_{k=1}^s S_k^B R_k^B - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s S_k^B M_k^B - \frac{1}{2} (D_{k1}^A - S_{k1}^A) M_{k0}^A - \frac{1}{2} (D_{k1}^A - S_{k1}^A) M_{k1}^A - \frac{1}{2} S_{k1}^A M_{k0}^A - \frac{1}{2} S_{k1}^A M_{k1}^A &= \frac{c}{2} S_k^A - F^A d_k^A \\ \sum_{k=1}^s P_k^B R_k^B - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s P_k^B M_k^B + \sum_{k=1}^r (D_k^B - P_k^B) R_k^B - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^r (D_k^B - P_k^B) M_k^B - \frac{1}{2} P_k^B M_{k0}^B - \frac{1}{2} P_k^B M_{k1}^B - \frac{1}{2} (D_{k1}^B - P_{k1}^B) M_{k0}^B - \frac{1}{2} (D_{k1}^B - P_{k1}^B) M_{k1}^B &= \frac{c}{2} P_k^B + F^B d_k^B \\ \sum_{k=1}^s Q_k^B R_k^B - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s Q_k^B M_k^B + \sum_{k=1}^r (D_k^B - Q_k^B) R_k^B - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^r (D_k^B - Q_k^B) M_k^B - \frac{1}{2} Q_k^B M_{k0}^B - \frac{1}{2} Q_k^B M_{k1}^B - \frac{1}{2} (D_{k1}^B - Q_{k1}^B) M_{k0}^B - \frac{1}{2} (D_{k1}^B - Q_{k1}^B) M_{k1}^B &= \frac{c}{2} Q_k^B - F^B d_k^B \\ \sum_{k=1}^s R_k^B R_k^B - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s R_k^B M_k^B + \sum_{k=1}^r (D_k^B - R_k^B) R_k^B - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^r (D_k^B - R_k^B) M_k^B - \frac{1}{2} R_k^B M_{k0}^B - \frac{1}{2} R_k^B M_{k1}^B - \frac{1}{2} (D_{k1}^B - R_{k1}^B) M_{k0}^B - \frac{1}{2} (D_{k1}^B - R_{k1}^B) M_{k1}^B &= \frac{c}{2} R_k^B - F^B d_k^B \\ \sum_{k=1}^s S_k^B R_k^B - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s S_k^B M_k^B + \sum_{k=1}^r (D_k^B - S_k^B) R_k^B - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^r (D_k^B - S_k^B) M_k^B - \frac{1}{2} S_k^B M_{k0}^B - \frac{1}{2} S_k^B M_{k1}^B - \frac{1}{2} (D_{k1}^B - S_{k1}^B) M_{k0}^B - \frac{1}{2} (D_{k1}^B - S_{k1}^B) M_{k1}^B &= \frac{c}{2} S_k^B - F^B d_k^B \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ただし $(k=1, 2, \dots, r), (k=1, 2, \dots, s)$ $P_k^A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \sin n \pi \varepsilon_k^A \sin n \pi \varepsilon_k^A$,

$$\begin{aligned} P_k^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \sin n \pi \varepsilon_k^A \cos n \pi \varepsilon_k^A, & P_k^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \sin n \pi \varepsilon_k^B, & P_{k1}^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K (-1)^n \sin n \pi \varepsilon_k^A, & P_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \sin n \pi \varepsilon_k^B \\ P_{k1}^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \sin n \pi \varepsilon_k^A \cos n \pi \varepsilon_k^A, & P_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \sin n \pi \varepsilon_k^B, & Q_k^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \cos n \pi \varepsilon_k^A \sin n \pi \varepsilon_k^A, & Q_{k1}^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \cos n \pi \varepsilon_k^A \\ Q_k^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \cos n \pi \varepsilon_k^A \cos n \pi \varepsilon_k^A, & Q_k^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \cos n \pi \varepsilon_k^B, & Q_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K (-1)^n \cos n \pi \varepsilon_k^B, & Q_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \cos n \pi \varepsilon_k^B \\ Q_{k1}^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \cos n \pi \varepsilon_k^A \cos n \pi \varepsilon_k^A, & Q_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \cos n \pi \varepsilon_k^B, & R_k^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \sin n \pi \varepsilon_k^A, & R_{k1}^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \sin n \pi \varepsilon_k^A \\ R_k^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \cos n \pi \varepsilon_k^A, & R_k^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K (-1)^n, & R_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \sin n \pi \varepsilon_k^B, & R_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \cos n \pi \varepsilon_k^B \\ R_{k1}^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \sin n \pi \varepsilon_k^A, & R_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \cos n \pi \varepsilon_k^B, & S_k^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K (-1)^n \sin n \pi \varepsilon_k^A, & S_{k1}^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K (-1)^n \cos n \pi \varepsilon_k^A \\ S_k^A &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \cos n \pi \varepsilon_k^A, & S_k^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K (-1)^n \sin n \pi \varepsilon_k^B, & S_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K (-1)^n \cos n \pi \varepsilon_k^B, & S_{k1}^B &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} K \sin n \pi \varepsilon_k^B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_0^* &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} (-1)^n, S_0^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H}, S_0^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} (-1)^n k_0 \sin n\pi \xi, S_0^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} (-1)^n k_0 \cos n\pi \xi, S_0^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} (-1)^n k_0, \\
S_0^* &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0, P_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0 \sin n\pi \xi \sin n\pi \xi, P_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0 \sin n\pi \xi \cos n\pi \xi, P_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0 \sin n\pi \xi, \\
P_{k_0}^* &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} (-1)^n k_0 \sin n\pi \xi, P_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0' \sin n\pi \xi \sin n\pi \xi, P_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0' \sin n\pi \xi \cos n\pi \xi, P_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0' \sin n\pi \xi, \\
P_{k_0}^* &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} (-1)^n k_0' \sin n\pi \xi, Q_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0 \cos n\pi \xi \sin n\pi \xi, Q_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0 \cos n\pi \xi \cos n\pi \xi, Q_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0 \cos n\pi \xi, \\
Q_{k_0}^* &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} (-1)^n k_0 \cos n\pi \xi, Q_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0' \cos n\pi \xi \sin n\pi \xi, Q_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0' \cos n\pi \xi \cos n\pi \xi, Q_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0' \cos n\pi \xi, \\
Q_{k_0}^* &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} (-1)^n k_0' \cos n\pi \xi, R_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0 \sin n\pi \xi, R_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0 \cos n\pi \xi, R_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0, \\
R_{k_0}^* &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} (-1)^n k_0, R_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0' \sin n\pi \xi, R_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0' \cos n\pi \xi, R_{k_0}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0', \\
R_{k_0}^* &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} (-1)^n k_0', S_0^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} (-1)^n k_0 \sin n\pi \xi, S_0^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0 \cos n\pi \xi, S_0^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} (-1)^n k_0, S_0^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0, \\
S_0^* &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} (-1)^n k_0 \sin n\pi \xi, S_0^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0' \sin n\pi \xi, S_0^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0' \cos n\pi \xi, S_0^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0', \\
S_0^* &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} (-1)^n k_0' \sin n\pi \xi, S_0^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0 \cos n\pi \xi, S_0^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0 \cos n\pi \xi, S_0^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^3}{n^3 \pi^3} \frac{K}{H} k_0 \cos n\pi \xi, \\
P_A^* &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{L}{n^2} \frac{\sin n\pi \xi}{n^2} \{ \alpha_m^2 + (2-\nu) \beta_n^2 \} \alpha_m G_{mn}, Q_A^* = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{L}{n^2} \frac{\cos n\pi \xi}{n^2} \{ \alpha_m^2 + (2-\nu) \beta_n^2 \} \alpha_m G_{mn}, R_A^* = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{L}{n^2} \frac{1}{n^2} \{ \alpha_m^2 + (2-\nu) \beta_n^2 \} \alpha_m G_{mn}, \\
S_A^* &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{L}{n^2} \frac{(-1)^n}{n^2} \{ \alpha_m^2 + (2-\nu) \beta_n^2 \} \alpha_m G_{mn}, P_B^* = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{L}{n^2} \frac{\sin n\pi \xi}{n^2} \{ \alpha_m^2 + (2-\nu) \beta_n^2 \} \alpha_m G_{mn}, Q_B^* = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{L}{n^2} \frac{(-1)^n}{n^2} \{ \alpha_m^2 + (2-\nu) \beta_n^2 \} \alpha_m G_{mn}, \\
R_B^* &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{L}{n^2} \frac{1}{n^2} \{ \alpha_m^2 + (2-\nu) \beta_n^2 \} \alpha_m G_{mn}, S_B^* = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{L}{n^2} \frac{(-1)^n}{n^2} \{ \alpha_m^2 + (2-\nu) \beta_n^2 \} \alpha_m G_{mn},
\end{aligned}$$

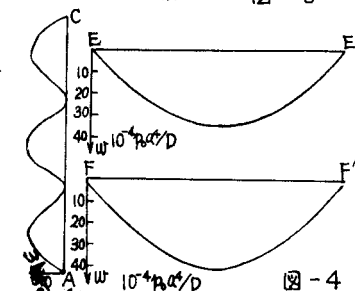
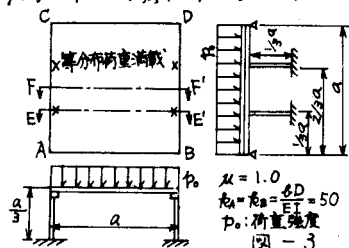
式(14)は未知不静定量と同数の連立方程式となる。これを連立1に解けば未知不静定量の求まり、その結果を式(12)に代入すれば δ_{An}, δ_{Bn} が求まり、さらにこれを式(5)に代入すればラ-メンにおける部材断面力 f のわみ、および諸変位、諸断面力が全て明らかとなる。また δ_{An}, δ_{Bn} を式(6)に代入することにより積分定数 $A_n \sim D_n$ が確定され、これを用いて矩形板の f のわみ(式(2))、および諸変位、諸断面力が決定されることになる。

3 計算例 図-3に示す矩形板ABCDにおいて辺長比 $\mu = b/a = 1.0$ 、板剛度と部材の剛度の比 k_A, k_B を50とし、辺AC, BDにおける板が三径間型ラ-メンで支持され、矩形板に等分布荷重 p_0 の満載されるものとする。

(1) のときラ-メンの各中間支柱の支柱沈下が無いものとし、式(14)の基本連立方程式を解けば部材断面力に働く各不静定量が次値の如く求まる。

$R_A^1 = R_A^2 = R_B^1 = R_B^2 = 0.133231 p_0 a^2, -M_A^1 = M_A^2 = -M_B^1 = M_B^2 = 0.23220 \times 10^{-4} p_0 a$
これを式(12)に代入し得られる結果を式(6)に代入(積分定数を決定)したち、式(2)に代入すれば板の弾性曲面が求まることとなるが、特にAC(或BD), EE', FF'断面(図-3参照)の f のわみについて計算すれば図-4に示す結果となる。

(4) 結語 本研究は表題のごとき未解析の構造物の解法を示した点で意義深い。さらに本法の応用拡張により周囲が全連続はりおよびラ-メンによって弾性支持される矩形板、および連続はりやラ-メンによって弾性支持される一方向、二方向連続板等の解析が可能となり、これらについても逐次発表の予定である。なお、本研究は文部省科学研究費の補助を受けた。記に謝意を表する。



- 参考文献
(1) 藤井忠二：矩形平板と梁；昭和19年9月20日出版山海堂
(2) 坪井善勝：平面構造論；昭和30年6月15日発行丸善
(3) 東洋一：一辺自由対辺固定・対辺弾性ばりに入力される平板；日本建築学会論文報告集60号 昭和33年10月
(4) 関元北海：特異境界条件と有る平板の解法(なごびに弾性梁上の平板について)；土木試験報告集第10号 昭和27年1月
(5) 成岡昌夫：抗角撓度法による一方向連続板の解法；土木学会論文集 昭和23年
(6) 山崎樸木：全3弾性ばりをもつ矩形板の解法(一対辺の連続ばりによる弾性支持され、他対辺の単純支持される場合)；土木学会西部支部研究発表会論文集 昭和42年1月30日
(7) 山崎樸木：周辺で単純支持される無梁板の解法；土木学会論文集第136号 昭和41年12月
(8) 山崎樸木：フーリエ級数による連続はりおよびラ-メンの解法；九州工学集第39巻第3号 昭和41年10月