

東京都立大学 正員 山 本 稔

東京都立大学 正員 ○ 山 崎 良 一

せん断応力は、等色線と等傾曲線の併用によって分離することができる。この方法は、従来せん断応力差積分法への応用として応力解析法の主流をなしてきたが、等傾曲線の不明瞭さに基因する計測のわずらわしさは、この種の解析を行なつた技術者の一様に経験するところであるとおもわれる。これにたいして2次元光弾性実験においては、別途に材料を選定して等傾曲線を観測し、問題点を可及的に除去するとともに実験精度の向上を計ることも可能であるが、三次元応力凍結においてはこの手段も事実上応用できないのが実情である。このような事情から、等色線の計測のみでせん断応力の分離が可能になれば、その観測精度に応じた解析結果が期待できるばかりが、三次元応力凍結法においては実験法の簡略化も計られるようにみえるし、また2次元光弾性実験においても、等傾曲線による従来の方法と組合せて一層の精度の向上が可能になると思われる。筆者等の提案する等色線複合法(仮称)は、この可能性に施えるものであつて、応力凍結法によるスライスの等色線縮写真とそのスライスに既知の応力を重合してえられる複合等色線縮写真とを併用し、両者の間の等色線の乱れからせん断応力を分離するものである。

応力の凍結されているスライスの面内に x, y 軸を選ぶとき、 x, y 面を応力面とする応力が σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} であるとすれば、その応力面に関する2次主応力 σ_1 , σ_2 は

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad \text{----- (1)}$$

したがつて、スライスの等色線縮次数 n_1 は

$$n_1 = \alpha_R \cdot t_R (\sigma_1 - \sigma_2) = \alpha_R \cdot t_R \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad \text{----- (2)}$$

ここに α_R , t_R は、応力凍結スライスの光弾性感度ならびにスライスの厚さである。いま、この応力凍結スライスを弾性学上の解をもつ適当な形に加工して既知の応力 σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} を常温で重合すれば、複合等色線縮次数 n_2 がえられ

$$n_2 = \alpha_R \cdot t_R \sqrt{\left\{ (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) + \frac{\alpha_R \cdot t_R}{\alpha_R \cdot t_R} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \right\}^2 + 4 \left(\tau_{xy} + \frac{\alpha_R \cdot t_R}{\alpha_R \cdot t_R} \tau_{xy} \right)^2} \quad \text{----- (3)}$$

となる。ここに α_R , t_R は、常温におけるスライスの光弾性感度および応力重合時のスライスの厚さである。一方、常温で加えた既知の応力 σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} のみによる等色線縮次数 n_0 は

$$n_0 = \alpha_R \cdot t_R \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad \text{----- (4)}$$

の関係にあるから、これを考慮に入れて(2), (3)式から τ_{xy} を求めれば

$$\tau_{xy} = \frac{1}{4n_0^2} \cdot \frac{\alpha_R \cdot t_R}{\alpha_R \cdot t_R} \left\{ 2\tau_{xy} (n_2^2 - n_1^2 - n_0^2) \pm (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \sqrt{2n_0^2 (n_2^2 - n_1^2) - (n_2^2 - n_1^2)^2 - n_0^4} \right\} \quad \text{--- (5)}$$

かくして、複合等色線の併用により等色線縮写真のみからせん断応力が分離できる。

この方法を具体的に説明するために、図-1の円板に大きさ等しく方向反対な2力 P_0 が直径AA'に沿って働く2次元問題においてOM断面上のせん断応力を分離してみよう。この問題は

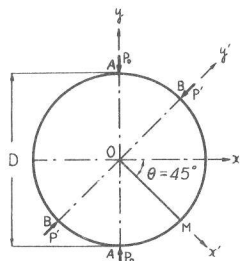


図-1

は厳密解が存在するから、

実験結果は、また解析法の信頼性を判定する資料としても役立つ。写真-1は、直径 $D=5.025\text{ cm}$ 、厚さ $t=0.628\text{ cm}$ のエポキシ樹脂モデルの直径方向AA'に $P_0=1.5439\text{ kg}$ を負荷し、応力を凍結させてえられた等色線写真である。また写真-2は、応力が凍結されている写真-1のモデルに常温でAA'の荷重位置から45°回転した直径方向に沿って

凍結線写真

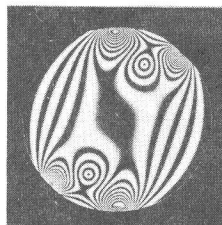


写真-1

複合線写真

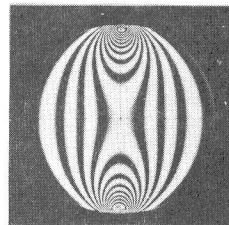


写真-2

で $P'=48.025\text{ kg}$ を負荷してえられた複合等色線写真である。ここに、材料の光弾性感度 $\alpha_R=4.218\text{ cm}^3/\text{kg}$ 、 $\alpha_E=0.0987\text{ cm}^3/\text{kg}$ である。写真-1および2から η_R 、 η_E がえられ、また η_{E0} は次式から求められる。

$$\eta_{E0} = \alpha_E \cdot \text{tg} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 - 4\tau_{xy}^2} = \alpha_E \cdot \text{tg} \left\{ \frac{2P'}{\pi t D} \left\{ \frac{4D^2(D^2 - 4x^2)}{(D^2 + 4x^2)^2} \right\} \right\}$$

これらの各値を(5)式に代入することによってOM断面上のせん断応力 τ_{xy} が求められる。図-2にくくしてえられた実験値と理論計算から求めた計算値を示した。図は単に1例にすぎないが、実験値は計算値をよく説明できるし、しかも解析精度は、等色線縞次数の観測精度に応じて定まるようにみえる。一般の応力凍結スライスにおいては、あらかじめ理論解が明らかでないから、そのスライスから理論解の適用しやすい形状のモデルを新たに切出さなければならぬ。このとき、当然のことながら、応力解析断面の位置や解析範囲を考慮して析定の部分に理論解が適用できるよう工夫されなければならぬ。利用される理論解としては載荷の容易な単純なものが好ましく、例えば梁の純曲げ、板の一樣引張または圧縮、上に例示した円板の圧縮、頂点に集中荷重を受けるクサビ等の理論が挙げられる。

等色線複合法の特長は、一つに等傾曲線を利用しないことであるが、これによって生ずる利点を列挙すれば (1)、三次元応力凍結法を利用する場合には、せん断応力の解析精度を向上させることができるし、また対象によっては実験に要する労力が軽減することができる。(2)、等傾曲線による従来の方法と併用して実験精度を向上させることができる。(3)、等色線の測定精度に合わせて実験精度を向上させることができる。(4)、理論解の応力表を用意することにより機械的にせん断応力が分離できる。(5)、2種以上の理論解を利用し、互に実験結果を照査させることができる。一方、欠点としては、(1)、三次元応力凍結モデルからえられたスライスに既知の応力を加えるに当たっては、浸漬液の中で載荷する必要がある。しかし、土木、建築分野における薄肉構造物の実験においては工夫によってこの欠点を除去できるようにみえる。(2)、2次元問題に適用する場合においても、一般には実験に応力凍結法を利用しなければならない。(3)、せん断応力の方向が一意的に定まらない。(4)、実験の対象によっては、既知の理論解と利用するのに異なる場合が存在する。終りに、研究に当たって本学学生西島国昭君の助力をえたことを付記して感謝にかえる。

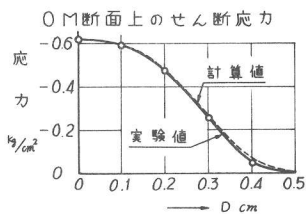


図-2