

○名古屋大学 学生員 宇佐美 勉
 “ 正員 川本 眺 万
 “ 正員 福本 秀 士

1 実験目的

構造物の塑性解析において、最近では、単純塑性理論の概念から発展して、構造物の非弾性域での挙動を、忠実に追跡しようとする、いわゆる弾塑性解析が、さかんに行なわれるようになった。非弾性域での構造物の挙動を厳密に求めるには、それぞれの荷重段階に対応して、部材に発生する塑性領域を求めるのであるが、力の平衡条件、変形の適合条件を同時に満足せしめるには、どうしても、trial-and-error による計算手法が要求され、解かれうる問題も、簡単にはリヤーマンに限られてくる。一方、実験的研究も、塑性設計との関連において数多く行なわれているが、そのほとんどが構造物の荷重と強度を求めることに主眼がおかれ、非弾性域での、塑性領域の拡がりも、実験的に求め、さうに荷重-変形などの関係も研究したものは、あまり見当たらない。

本報告は、鋼構造物の弾塑性境界の拡がり、および非弾性域での、荷重-変形関係を求めるため、まず構成部材を取り上げ、荷重による部材内の塑性域の形状を光弾性皮膜法を用いて実験的に求め、理論解との比較検討を行なうとともに、塑性域形状-荷重-変形の相関関係を求めようとするものである。実験は、片持ちばり、一次不静定ばり、偏心圧縮荷重を受ける柱（いずれも矩形断面）について行なったが、ここでは、紙面の都合上、片持ちばりの結果についてのみを述べる。

2 光弾性皮膜法による弾塑性解析

光弾性皮膜法は、最近急速に発展してきた実験法であり、従来の光弾性実験が、epoxy樹脂などのmodelを用いて行なうのに反し、実物の表面に皮膜を接着して実物の変形時に生ずるその表面ひずみを皮膜の示す光弾性効果によって検出しようとするものである。したがって、実物の材料特性がそのまま実験に取り入れられるので、弾塑性解析に好んで用いられている。光弾性皮膜実験によって得られた等色線および等傾線から主ひずみを分離する過程は、通常的光弾性実験と変わる所がないが、得られた主ひずみから、応力を求める場合には、実物が塑性域にあるとき、特別のくふうがいる。ここでは、鋼部材の弾塑性域のみを求める目的で、次のような方法で解析を行なった。いま鋼部材がTrescaの降伏条件に従うとすると、部材内のある点で塑性ひずみが生ずるのは、その点における最大せん断応力 (τ_{max}) が、ある一定値に達するときであることから、平面応力状態（主応力 σ_1, σ_2 ）におけるTrescaの条件式は、

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{1}{2} \sigma_y \quad \sigma_1 \geq \sigma_2 \quad (1)$$

で表わされる。ここに、 σ_y は純引張りによる鋼材の降伏点応力である。一方、皮膜の光弾性法則は、

$$\pi = k (\epsilon_1 - \epsilon_2) \cdot 2t \quad (2)$$

で表わされる。ここに、 π は鋼材表面での反射により、皮膜を2度通過する偏光が示す主次数； k は主ひずみ差感度で皮膜固有の次数； $(\epsilon_1 - \epsilon_2)$ は鋼部材および皮膜内の主ひずみ差； t は皮膜の厚さである。式(1)より、Trescaの降伏条件式は、主ひずみで表現すれば、 $(\epsilon_1 - \epsilon_2) = (1-\nu) \cdot \epsilon_y$ であるか

ら、式(2)より次式が得られる。

$$\eta = k(1 + \nu) E_y \cdot 2t \approx \eta_y \quad (3)$$

ここで、 $E_y = \sigma_y / \epsilon$ は鋼材の弾性限界ひずみ量； η_y は鋼部材内の弾塑性境界を示すしき次数である。 η_y は鋼材片に皮膜を接着した単純引張り、または純曲げ試験から得られる検定曲線 ($\eta - \epsilon$ curve) のおける $\epsilon = E_y k$ に対応するしき次数と一致するから、あらかじめそのしき次数を求めておけば、等色線のみから弾塑性境界の形状、位置を直に得ることが出来る。

3. 実験内容

片持ちばり試験片は、固定端の clamping の問題を避けるため、すべて Fig.1 に示すような、double-cantilever 形式を採用した。材質は S541 および調質 HT80 であり、Beam の寸法は Fig.1 の記号を用いて、 $l/d = 4, 3, 2, 1.5$ および 1 である。またそれぞれの材質に対して、2 本ずつ作成実験を行なった。なお用いた鋼材の諸性質は、Tab.1 に示す通りである。

皮膜材料としては、epoxy-rubber を用いた。通常の弾塑性解析に用いられる範囲内での、種々の配合比の epoxy-rubber の諸性質については、既に報告したので⁴⁾、その結果より判断して、Tab.2 の下欄に示すような配合比の epoxy-rubber を用いた。この epoxy-rubber の諸性質は、Tab.2 に示す通りである。なお、鋼材 (S541) の純曲げ試験片にこの皮膜 ($t = 2\text{mm}$) を接着して、皮膜の検定を行って得た k および η_y の値も、同時に Tab.2 に示されている。光弾性皮膜は、試験片の一方側の片面全域にわたって皮膜材料と同じ配合の epoxy-rubber で接着し、また一方では、ひずみ測定用として、塑性 strain-gage を Fig.1 に示す位置に接着した。作用荷重位置でののはりのためめは、最小目盛 100mm の dial-gage によって測定した。ほりは、Fig.1 に示すように、両スパンの端から 10mm の所を単純支持し、中央の剛体部分の中央に、径 8mm の cylinder を介して、載荷した。等色線の写真撮影、strain-gage および dial-gage の読みは、原則として、弾性領域で 5 回、それ以後は、ためめ制御 (dial-gage $0.1\text{mm} \sim 0.2\text{mm}$) によって載荷した。

4. 皮膜による部材の補強効果の検討

光弾性皮膜法によって弾塑性解析を行う場合、鋼部材が非弾性域に入ると、その剛性が著しく低下するため、皮膜による部材の補強効果をおおきく検討しておかなければならない。純曲げの場合 (M_x) において、皮膜を接着した鋼部材 (矩形断面) の一部が塑性域に入るとその断面における鋼材および皮膜内の応力分布、ひずみ分布は、Fig.2 のようになると考えられる。この断面での中立軸に関する外力と内力のつり合式より次式を得る。

$$\frac{M_x}{M_y} = \frac{M}{M_y} + \frac{(EI)_c}{EI} \frac{\phi}{\phi_y} \quad (4)$$

ここで、 M_y は鋼部材の降伏モーメント； ϕ_y はそのときの曲率； M は鋼部材のみが曲率 ϕ を生ずるに要する曲げモーメント； $(EI)_c$ は皮膜の曲げ剛性； EI は鋼部材の曲げ剛性である。式(4)の右辺第二項は皮膜による補強効果を示す。式(4)を実験に用いた鋼材の応力-ひずみ曲線 (Table 1) を用いて、数値積分によつて求めた結果を図示すると Fig.4 のようになる。ただし、皮膜の厚さは 2mm 、弾性係数は Tab.2 の値を用いた。図からわかるように、 $M/M_y = 1.5$ で皮膜の補強効果は高々 15% である。

5. 実験結果およびその考察

塑性域の振かり

Fig.3(a) は $l/d = 4$ で、比較的せん断力による変形の影響が少なくと考えられるはり、Fig.3(b) は $l/d = 2$

せん断力の影響がかなりあると考えられるはりの理論計算および実験より得られた塑性領域の発展の様子を示したものである。計算値は、Tab.2に示した応力-ひずみ曲線を用いて、曲げモーメントによる変形のみを考慮して数値積分により求めたものである。 $l/d=4$ のような比較的せん断力の影響の少ないはりでは、実験値と理論値は、固定端附近で著しい相違を示すが、その他の断面では良好な一致がみられる。理論値と比較して発達が遅れていた固定端附近の塑性域が理論値にだいたい接近した後、 $z/l=0.12$ 附近の断面全体が塑性域に入る。しかし、 $l/d=2$ のようなせん断力の影響がかなりあると考えられるはりでは、理論値と実験値は塑性領域が小さく、さいとを省いてあまり一致しない。また、一断面全体が塑性域に入るのは、 $l/d=4$ の場合より遅く、このようなときでも固定端附近では大きな弾性核が残されている。ひずみ硬化を持つ材料よりなる鋼部材の曲げの問題では、せん断力による変形を無視すれば、普通の意味での部材の崩壊は考えられない。したがって Fig.4(a)にみられるように、はりの全断面が降伏するのは、中立軸附近がせん断力によって降伏するものと考えられよう。Fig.4(b)にみられるような曲げとせん断力による yielded pattern は、M.R. Horne の求めた理論解とはまったく異なるが、A.R. Green⁶⁾の求めた理論解、および E.K. Franke, B.B. Hundy らの実験結果とよく似ていることは興味ある。しかし、このような yielded pattern が得られたのは、むしろ試験片の構造的欠陥(固定端部の剛性が不十分であるなど)によるものと考えた方がよいように思われる。

曲げモーメント-曲率曲線

Fig.4(a)および述べたものと同じ実験から得られた無次元化した曲げモーメント-曲率曲線を示す。図中、曲率最大の断面とあるのは、塑性域が初めて中立軸に達する断面のことであり、 $l/d=4$ のときは、strain-gage 接着位置(固定端から $10''$ 離れた断面)よりも固定端から離れた位置にあり、 $l/d=2$ のときは固定端に近い位置にある。 $l/d=4$ の場合は、曲率最大の点の無次元化した $M/My - \phi/\phi_y$ curve は、皮膜の補強効果を考慮に入れた理論曲線とかなりよく一致するが、strain-gage 接着位置での実験値が理論値をかなり上まわれる。これは塑性領域の広がり (Fig.3(a)) からも容易に推察できよう。また $l/d=2$ の場合には、3つの実験値は大体一致し、理論曲線の下にくる。これは、前にも考察した通り、せん断力による影響であろうと思われる。

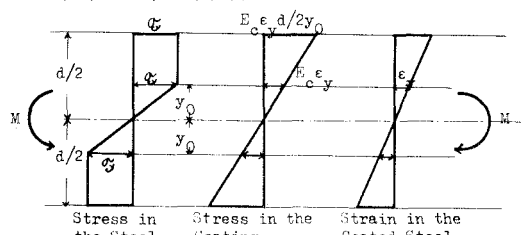
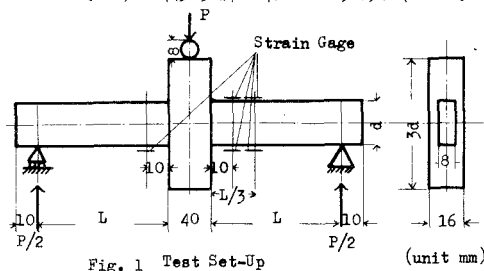
せん断力による全塑性モーメントの低下

(P_{ult})

はりの一断面全体が塑性域に入ったとき、そのはりの崩壊荷重とみなして次式によって全塑性モーメントの低下を求め 種々の理論とともに図示したものが Fig.5 である。

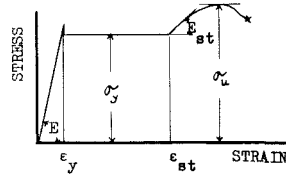
$$\text{せん断力による全塑性モーメントの低下(\%)} = \frac{M_p - P_{ult} \cdot l'}{M_p} \times 100$$

ここで l' は、断面全体が初めて塑性域に入る断面と片持ちばりの載荷点との距離である。



Tab. 1 Natures of Steel

	σ_y (kg/mm ²)	σ_u	ϵ_y (%)	ϵ_{st}	E (kg/mm ²)	E _{st}	ν
SS 41	23.8	41.4	0.13	1.235	2.01×10^4	2.03×10^4	0.28
HT 80	76.6	84.2	0.36	2.162	2.12×10^4	2.35×10^4	0.26



Tab. 2 Natures of Epoxy-Rubber $\chi=15$

Young's Modulus E (kg/mm ²)	Poisson's Ratio	Photoelastic Sensitivity α (mm/kg)	K (1/mm)	n_y	
				SS 41	HT 80
159	0.45	1.06	112	0.876	2.46

component ratio of epoxy-rubber

epoxy-prepolymer	100
polysulfide	X
diethylene triamine	8
(weight ratio)	

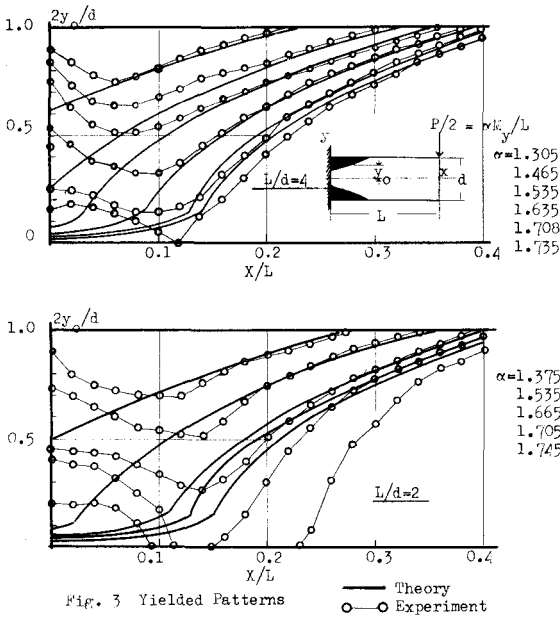


Fig. 3 Yielded Patterns

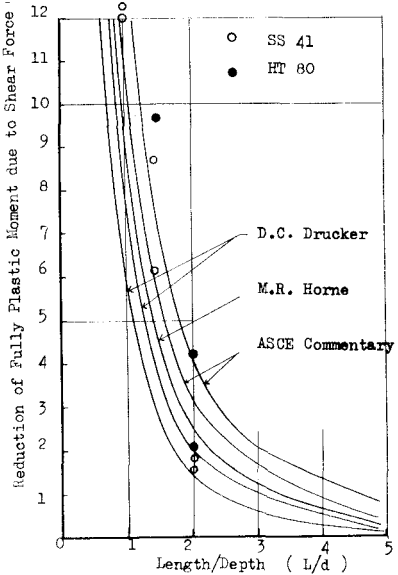


Fig. 5 Reduction of Fully Plastic Moment due to Shear Force

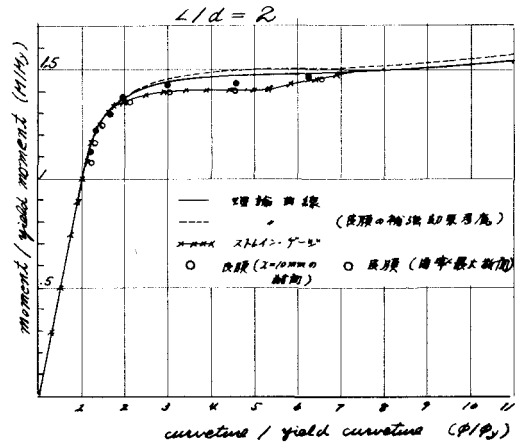
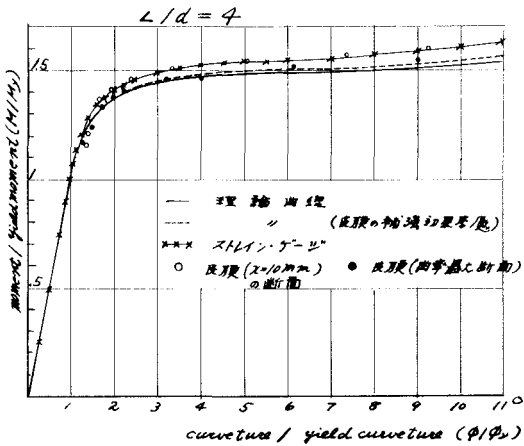


Fig. 4 Moment versus Curvature Curve (HT 80)