

京都大学工学部 正員 小西 一郎

京都大学工学部 正員 宮 国夫

1. 概要

骨組構造の極限解析については、すでに数多くの研究が報告されているが、平面板について論じられるものは数少ない。本研究では、平面板の終局強度算定を最終目的とし、手始めとして支持および荷重条件が円軸対称な円板を対象とし、曲げモーメントと軸力の組合せ応力を考慮し、解析を行ったので報告する。解法は材料の剛塑性と仮定し、トレスカの降伏条件を用いて相互作用曲線を求め、釣合式より耐荷能力を得る。併せて若干の実験結果との比較および検討を行う。

2. 耐荷能力の算定

半径方向・円周方向の曲げモーメント・膜力をそれぞれ m_r 、 m_θ 、 n_r 、 n_θ とすれば釣合式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{d(lm_r)}{dl} - n_\theta &= 0 \\ \frac{d(lm_\theta)}{dl} - m_\theta &= -n_\theta r l \frac{dw}{dl} - \frac{lR}{M_0} Q \end{aligned} \right\} \quad [1]$$

$\therefore K l = \frac{r}{R}, n_\theta = \frac{N_\theta}{M_0}, w: \text{変位}$

相互作用曲線式は円板の可能な変形状態および応力分布状態を適当に仮定して求めると、上記の釣合式と塑性流れ法則を用いて表-1の耐荷能力(周辺単純支持)が得られる。

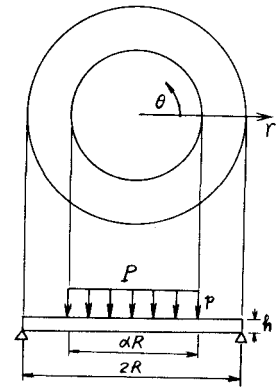


図-1. 載荷条件.

表-1

相互作用曲線式	耐荷能力 P (total)	応力分布	
		半径方向	円周方向
$f_1 = m_r + m_\theta + (n_r + n_\theta)^2 - 1$	$\frac{2\pi M_0}{1 - \frac{2}{3}\alpha} \left\{ 0.208 + 0.845 \frac{\omega_0}{h} \right\}$		
$f_2 = m_\theta + m_r + 6(n_r - n_\theta)$	$\frac{2}{3} \frac{2\pi M_0}{1 - \frac{2}{3}\alpha} \left(1 + \frac{\omega_0}{h} \right)$		
$f_3 = m_\theta + m_\theta^2 - 1$	$\frac{2\pi M_0}{1 - \frac{2}{3}\alpha} \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{\omega_0}{h} \right)^2 \right\}$		

周辺固定支持の場合は、半径方向曲率の変化する境界を $r = \rho$ とし、塑性流れ法則と満足する相互作用曲線の組合せを考える。今その1例として

$$\left. \begin{aligned} f &= m_\theta + m_\theta^2 - 1 \quad \dots \quad 0 < l < \rho \\ f &= m_r - m_\theta - (m_r - m_\theta)^2 + 1 \quad \dots \quad \rho < l < 1 \end{aligned} \right\} \quad [2]$$

と仮定すれば次式を得る。

$$m_r = \begin{cases} \frac{\pi \omega_0 l}{P} \left\{ 1 + \frac{\log \rho}{1-\rho} + \frac{\pi \omega_0}{2} \frac{\pi \omega_0}{\rho^2} \right\} - \frac{P}{2\pi M_0} \left(1 - \frac{\alpha}{l} \right) - \left(\frac{\log \rho}{1-\rho} + \frac{\pi \omega_0}{2} \right) \left(\frac{\log \rho}{1-\rho} + \frac{\pi \omega_0}{2} - 1 \right) + \frac{2 \log \rho}{1-\rho} - \frac{P}{2\pi M_0} \left(1 - \frac{\alpha}{l} \right) \dots & 0 < l < \rho \\ \frac{1}{2l} \left\{ l - \rho - \frac{l^2 - \rho^2}{3(1-\rho)} \right\} \left\{ l^2 + l\rho + \rho^2 - 3(l+\rho+1) \right\} + \frac{\pi \omega_0}{(1-\rho)l} \left(l \log l - \rho \log \rho - \frac{l^2 - \rho^2}{2} \right) - \frac{P}{2\pi M_0} \left(1 - \frac{\rho}{l} \right) \dots & \rho < l < 1 \end{cases}$$

$$\frac{N_0 \omega_0}{2} (3 - \frac{N_0 \omega_0}{3} p) - \frac{\log p}{1-p} (1 + \frac{\log p}{1-p}) = \frac{1}{2} (1 - \frac{\alpha}{p}) \{ 1 - \frac{1-p}{3(1+p)} - \frac{N_0 \omega_0}{(1-p)^2} (1 + 2p \log p - p^2) \} \quad p > \alpha$$

$$\frac{3}{2} (\frac{p}{\alpha})^2 [(1-p) \{ 1 + \frac{1-p}{3(1+p)} \} - \frac{N_0 \omega_0}{1-p} (1 + 2p \log p - \frac{p^2}{2})] = (1-\alpha) \{ \frac{N_0 \omega_0}{2} (3 - \frac{N_0 \omega_0}{3} p) - \frac{\log p}{1-p} (1 + \frac{\log p}{1-p}) \} \quad p < \alpha$$

ここに ω_0 は中央点変位

各変位段階での P 値を求め、境界条件より耐荷能力が得られる。

3. 実験結果および考察

例-2 は、直径 $D=50\text{mm}$ 、板厚 $h=1.0, 1.5, 3.0\text{mm}$ の単純支持アルミニウム円板に載荷径 $\alpha=0.1, 0.2, 0.4$ の円荷重を作用させた時の荷重-中央点変位関係である。(ここに $P_c = 2\pi M_0 / (1-\alpha)$)。これより2.3の考察を行うと (i) 相互作用曲線式として、 $f_0 = m_0 + m_0^2 - 1$ を用いた時の最大の荷重となり (ii) これを上限界⁽¹⁾と採用すれば耐荷能力の推定がかなり期待できる。(iii) その適用範囲は、板厚-直径比、載荷径を考慮せねばならないが、一般に載荷径が小さくなるで載荷周囲で膜力よりむしろ剪断力の影響が大になって貫入現象を生じ、板厚の増大につれてその傾向が顕著に表われる(例へば図-2(a))。(iv) 従って最終的な破壊現象の把握が考慮されねばならない。

4. あとがき

上限界、下限界による近似的終局強度の算定は、設計の合理化要求と共に更に発展するものと思われるが、その際、塑性域の発展状況について実験的裏付けを必要とする。これについては現在、色塑性材料(塩化ビニール樹脂)を用いて実験中で、より実的な構造物設計確立を今後とも目指したい。

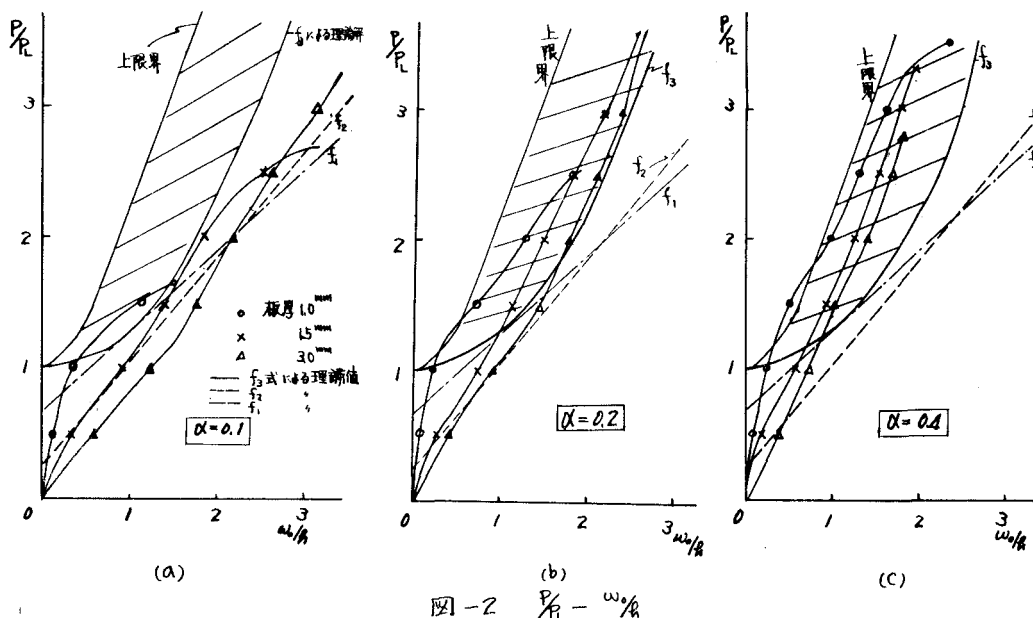


図-2 $P/P_c - \omega/\alpha$

参考文献

- (1) E.T. Onat & Haythornthwaite, "The Load-Carrying Capacity of Circular Plate of Large Deflection" Jr. App. Mech., March 1956