

大阪市大 正員 倉田 宗章
明石高専 正員 の高 端 宏 直

要旨 弾性基礎上のはり(折れたはりも含む.)の曲げねじれについて階段的に断面および基礎係数が変化し支梁の沈下を考慮した一般的な3連モーメント式を誘導し計算例をあげた。

1. 3連モーメント式の誘導

図-1のような水平面内で折れた連続はりを考える。各スパン毎に切離して不穩定力として M_r, M, S を送りやうのたわみ, たわみ角およびねじれ角の連続条件より表-1(1)式に示すような連立方程式をうる。

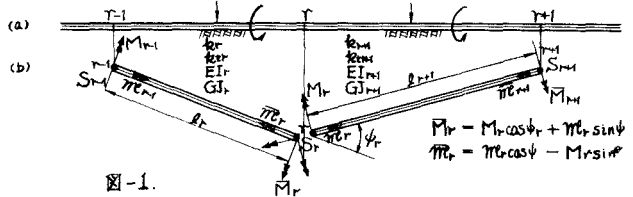


図-1.

表-1, r 点における3連モーメント式係数表

	M_{r-1}	M_r	M_{r+1}	M_{r-1}	M_r	M_{r+1}	S_{r-1}	S_r	S_{r+1}	右辺
① $\theta_r = \theta_r$	$\alpha' \operatorname{cosech} \delta_r$	$-\alpha' \coth \delta_r \cos \psi_r$ $-\alpha' \coth \delta_r \sin \psi_r$	$\alpha' \operatorname{cosech} \delta_{r+1} \cos \psi_{r+1}$	—	$-\alpha' \coth \delta_r \sin \psi_r$	$-\alpha' \operatorname{cosech} \delta_{r+1} \sin \psi_{r+1}$	—	—	—	$\psi_{r+1} - \psi_r$
② $\theta_r = \theta_r$	—	$-\frac{\lambda_r^2}{k_r} a_r \sin \psi_r$	$-\frac{2\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} b_{r+1} \sin \psi_{r+1}$	$\frac{2\lambda_r^2}{k_r} b_r$	$-\frac{\lambda_r^2}{k_r} a_r \cos \psi_r + \frac{\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} a_{r+1}$	$-\frac{2\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} b_{r+1} \cos \psi_{r+1}$	$-\frac{\lambda_r}{k_r} a_r$	$\frac{\lambda_r}{k_r} f_r + \frac{\lambda_{r+1}}{k_{r+1}} f_{r+1}$	$-\frac{\lambda_{r+1}}{k_{r+1}} a_{r+1}$	$\frac{\psi_{r+1} - \psi_r}{2}$
③ $\theta_r = \theta_r$	—	$-\frac{2\lambda_r^2}{k_r} c_r \sin \psi_r$	$-\frac{\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} c_{r+1} \sin \psi_{r+1}$	$\frac{2\lambda_r^2}{k_r} c_r$	$-\frac{2\lambda_r^2}{k_r} c_r \cos \psi_r - \frac{2\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} c_{r+1}$	$\frac{\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} c_{r+1} \cos \psi_{r+1}$	$\frac{2\lambda_r^2}{k_r} b_r$	$\frac{\lambda_r^2}{k_r} a_r - \frac{\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} a_{r+1}$	$-\frac{2\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} b_{r+1}$	$\frac{\theta_{r+1} - \theta_r}{2}$

ただし $\delta_r = \alpha_r L_r$, $\alpha_r = \sqrt{k_r/EI_r}$, $\psi_{r+1}, \psi_r, \theta_{r+1}$ はそれぞれ $r+1$ スパンの外力による自由端 (r 点) の値である。

$$a_r = (\sinh \zeta_r + \sin^2 \zeta_r)/L_r, \quad b_r = \sinh \zeta_r \sin \zeta_r/L_r, \quad c_r = (\sinh \zeta_r \cosh \zeta_r \pm \sin \zeta_r \cos \zeta_r)/L_r, \quad f_r = (\sinh \zeta_r \cosh \zeta_r \pm \sin \zeta_r \cos \zeta_r)/L_r, \\ L_r = \sinh^2 \zeta_r - \sin^2 \zeta_r, \quad \zeta_r = \lambda_r L_r$$

ここで上式において折れ角 $\psi = 0$ すなわち直道ぐはりの場合を(2)式で示し, 支梁沈下量が既知の場合(図-2)を(3)式で示した。

$$\left. \begin{aligned} M_{r-1} \alpha' \operatorname{cosech} \delta_r - M_r (\alpha' \coth \delta_r + \alpha'_{r+1} \coth \delta_{r+1}) + M_{r+1} \alpha'_{r+1} \operatorname{cosech} \delta_{r+1} &= S_{r+1} - S_r \\ M_{r-1} \frac{2\lambda_r^2}{k_r} b_r - M_r \left(\frac{\lambda_r^2}{k_r} a_r - \frac{\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} a_{r+1} \right) - M_{r+1} \frac{2\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} b_{r+1} - S_{r-1} \frac{\lambda_r}{k_r} a_r + S_r \left(\frac{\lambda_r}{k_r} f_r + \frac{\lambda_{r+1}}{k_{r+1}} f_{r+1} \right) - S_{r+1} \frac{\lambda_{r+1}}{k_{r+1}} a_{r+1} &= \frac{\psi_{r+1} - \psi_r}{2} \\ M_{r-1} \frac{2\lambda_r^2}{k_r} c_r - 2M_r \left(\frac{\lambda_r^2}{k_r} c_r + \frac{\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} c_{r+1} \right) + M_{r+1} \frac{2\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} c_{r+1} + S_{r-1} \frac{2\lambda_r^2}{k_r} b_r + S_r \left(\frac{\lambda_r^2}{k_r} a_r - \frac{\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} a_{r+1} \right) - S_{r+1} \frac{2\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} b_{r+1} &= \frac{\theta_{r+1} - \theta_r}{2} \end{aligned} \right\} \text{-----(2)}$$

$$M_{r-1} \frac{\lambda_r^2}{k_r} t_r + M_r \left(\frac{\lambda_r^2}{k_r} \delta_r + \frac{\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} \delta_{r+1} \right) + M_{r+1} \frac{\lambda_{r+1}^2}{k_{r+1}} t_{r+1} = \frac{\theta_r - \theta_{r+1}}{2} + \frac{\psi_r - \psi_{r+1}}{2} \text{-----(3)}$$

$$\text{ただし } \delta_r = (\cosh \zeta_r \sinh \zeta_r - \cos \zeta_r \sin \zeta_r)/N_r, \quad t_r = (\cosh \zeta_r \sinh \zeta_r + \sin \zeta_r \cos \zeta_r)/N_r, \quad N_r = \cosh^2 \zeta_r - \cos^2 \zeta_r, \quad \beta_r = \frac{\Delta_r - \Delta_{r+1}}{L_r}$$

つぎに中間において地盤よりの抵抗が消失するような特別の場合を考える。相隣れる3スパンをとり, 中央スパンに対する地盤の基礎係数 k_m , ねじれ抵抗係数を k_{em} とし 3連モーメント式を

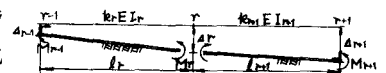


図-2

注) 使用記号 P ; 集中荷重 (kg) M ; トル (kg-m) M ; 曲げモーメント (kg-m) S ; せん断力 (kg) ψ ; たわみ (cm) θ ; ねじれ角 θ ; たわみ角 θ ; 基礎のばね定数 (kg/cm) およびねじれ抵抗係数 (kg-m/cm) EI, GJ ; はりの曲げ剛性とねじれ剛性 (kg-m²) α, λ, a, b, c ; 長さ (cm) Δ ; 支梁沈下量 (cm) ψ ; はりの折れ角 $\lambda = \sqrt{k/EI}$, $\alpha = \sqrt{k_e/GJ}$.

算くと 1) $k_{r1}=0$ の場合: (4)式 [図-3(a)参照]

2) $k_{r1}=0$ の場合: (5)式 [表-2, 図-3(b)参照] となる

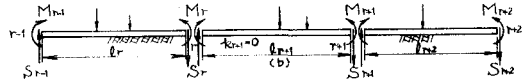
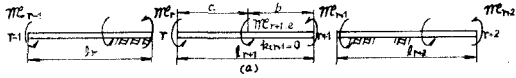


図-3 $k_{r1}=0$, $k_{r2}=0$ の場合

$$M_{r1} \cdot dr \cdot \cosh S_r - M_r \{ r \cdot \cosh S_r - \frac{a}{S_r} \} - M_{r2} \{ a \cdot \cosh S_{r2} - \frac{b}{S_{r2}} \} + M_{r1} \cdot dr \cdot \cosh S_{r2} = S_{r1} - S_r, \quad -M_r + M_{r2} = M_{r1} \cdot c \quad \text{---(4)}$$

表-2 $k_{r1}=0$ のときの3連モーメント係数表

M_{r1}	M_r	M_{r2}	M_{r2}	S_{r1}	S_r	S_{r2}	S_{r2}	右辺
$\frac{2\lambda_r^2}{R_r} \cdot \frac{2\lambda_r^2}{R_r}$	$\frac{2\lambda_r^2}{R_r} \cdot \frac{b_r}{6EI_{r1}} \cdot \frac{\lambda_r^2}{R_r}$	$-\frac{\lambda_{r1}}{12EI_{r1}} \cdot \frac{\lambda_{r1}}{R_r}$	$-\frac{2\lambda_{r1}}{R_{r2}} \cdot \frac{b_{r2}}{6EI_{r2}} \cdot \frac{\lambda_{r1}}{R_{r2}}$	$\frac{2\lambda_r^2}{R_r} \cdot \frac{b_r}{6EI_{r1}} \cdot \frac{\lambda_r^2}{R_r}$	$\frac{\lambda_r^2}{R_r} \cdot \frac{\lambda_r^2}{R_r}$	$\frac{\lambda_{r2}}{R_{r2}} \cdot \frac{\lambda_{r2}}{R_{r2}}$	$-\frac{\lambda_{r2}}{R_{r2}} \cdot \frac{\lambda_{r2}}{R_{r2}}$	$\frac{S_{r1} \cdot b_r - S_r \cdot a}{2}$
$-\frac{2\lambda_r^2}{R_r} \cdot \frac{b_r}{6EI_{r1}} \cdot \frac{\lambda_r^2}{R_r}$	$-\frac{\lambda_r}{12EI_{r1}} \cdot \frac{\lambda_r}{R_r}$	$-\frac{\lambda_{r1}}{6EI_{r1}} \cdot \frac{\lambda_{r1}}{R_r}$	$\frac{2\lambda_{r1}}{R_{r2}} \cdot \frac{b_{r2}}{6EI_{r2}} \cdot \frac{\lambda_{r1}}{R_{r2}}$	$\frac{2\lambda_r^2}{R_r} \cdot \frac{b_r}{6EI_{r1}} \cdot \frac{\lambda_r^2}{R_r}$	$\frac{\lambda_r^2}{R_r} \cdot \frac{\lambda_r^2}{R_r}$	$\frac{\lambda_{r2}}{R_{r2}} \cdot \frac{\lambda_{r2}}{R_{r2}}$	$-\frac{\lambda_{r2}}{R_{r2}} \cdot \frac{\lambda_{r2}}{R_{r2}}$	$\frac{S_{r1} \cdot a - S_r \cdot b}{2}$

③ $-M_r + M_{r2} - S_r \cdot L_{r1} = -S_{r1} \cdot L_{r1}$, ④ $-M_r + M_{r1} - S_{r1} \cdot L_{r1} = -S_{r1} \cdot L_{r1}$, S_{r1} ; P 梁におけり外力による地盤沈下のせし断力 ----- (5)

2. 計算例およびおむすび

2つの計算例を示した。図-4は構造荷重ともに対称な真直ぐばりである。はりの曲げごわさとおねじりごわさを变化させた場合のたわみとおねじり角を描いた。(基礎係数は一定)たわみにはその変化の影響が少ないうねじり角には比較的多くの影響が現われている。中央スパンの基礎係数をおよび k_r が消失した場合も記した。

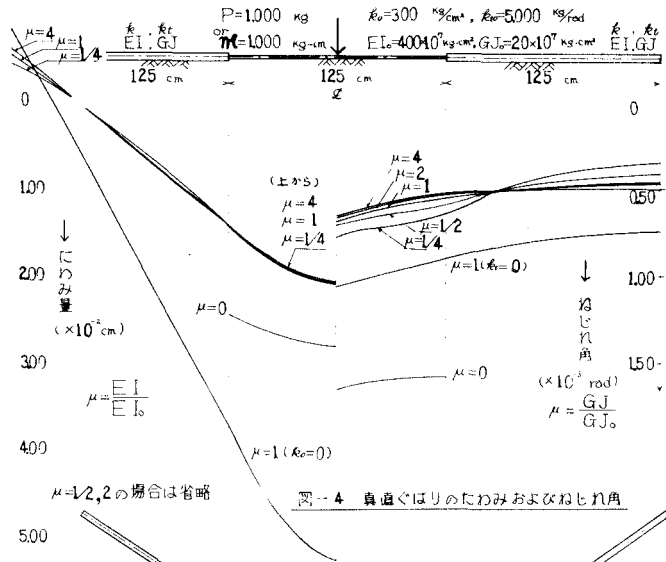


図-4 真直ぐばりのたわみおよびねじり角

図-5も荷重構造ともに対称な折れたはりについて折れ角 $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の場合についてたわみとおねじり角について示したがたわみは ϕ の変化による影響はほとんど現われていないがねじり角には大きくその影響がでている。

いずれの場合も曲げに關してははりの曲げごわさや基礎係数ならびに折れ角の変化による影響が少なうことがわかる。

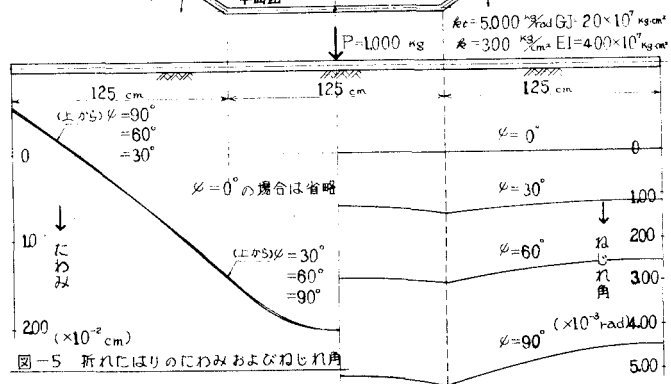


図-5 折れたばりのたわみおよびねじり角