Ⅳ－148　トラバース測量における閉合誤差の理論的調整法

日本大学理工学部　正員　岡積　満
〃　大学院　正員　○亀田和昭

1、まえがき

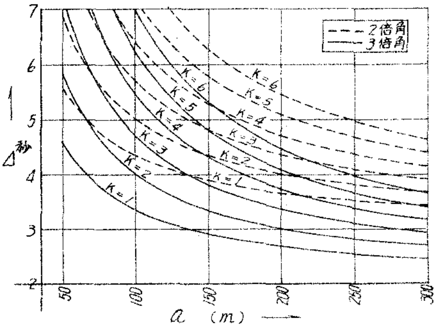
トラバース測量の閉合誤差は，ふつう実用的なコンパス，トランシット法則などによつて調整している。また，測角値および測距値の重みを考慮しての調整方法として発表されているものがあるが，それらの間の関係については触れていない。よつて，本研究ではそれらの重みを相対的に決定し，閉合誤差の理論的調整法をのべ，各調整法と対照せんとするものである。

2．測角誤差

器械の調整，測量作業などに十分注意を払つても，測角値にはポール，視準線の太さにもとずく視準誤差，目盛のあらさによる読定誤差および器械を正しく測点上に据えつけないために生ずる致心誤差を伴つている。

視準距離 a^m，b^m $(a \geq b)$ をはさむ角 α を C（秒）読みの器械で n 倍角法で測角し，据えつけのときの最大偏心量を e (m) とすれば，中等視準誤差 ε_1（秒），中等読定誤差 ε_2 および中等致心誤差 ε_3 はそれぞれ

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_1^2 &= \frac{(24.929)^2}{n\,a^{0.918}}\left(1+K^{0.918}\right), \qquad \varepsilon_2^2 = \frac{C^2}{12\,n^2} \\ \varepsilon_3^2 &= \frac{\rho''^2 e^2}{3a^2}\left(\frac{1+K^2}{2} - K\cos\alpha\right) \qquad K = \frac{a}{b}\end{aligned}\right\} \quad \text{---}(1)$$



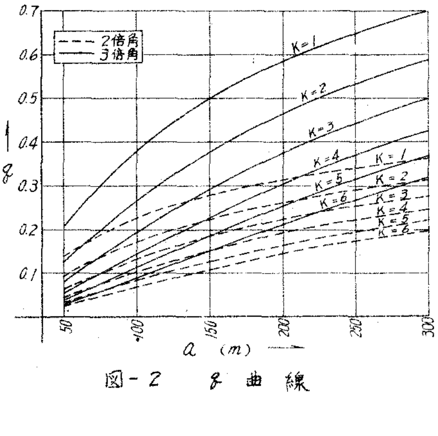
図－1　Δ曲線

であり，全中等測角誤差 Δ（秒）は

$$\Delta^2 = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 \quad \text{-----------}\ (2)$$

である。α の値による変化は小さいので α の値としては平均値の $90°$ とし，$C = 20''$，$n = 3$，$e = 1^{mm}$ の場合の Δ を計算すれば，図－1のようになる。

3．重み



図－2　g 曲線

距離測定の誤差は測定距離 ℓ (m) の平方根に比例するから，精度 $1/10{,}000$ で $100\ m$ を測定するときの重みを $1/100$ とすれば，距離測定の重み h は

$$h = 1/\ell \quad \text{------}\ (3)$$

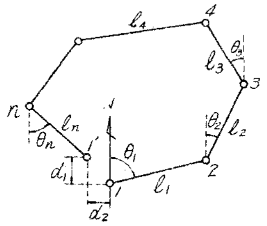
となる。測角値の重み g は測角誤差を Δ とすれば，Δ^2 に逆比例する。Δ による測点の偏倚量は $\ell\cdot\Delta$ であるから，この場合の精度は $\ell\Delta/\ell = \Delta$ である。しかるに精度 $1/10{,}000$ のときの重みを $1/100$ とするので

$$g = \frac{(206{,}265)^2}{10{,}000^2\ \Delta^2\cdot 100} = \frac{4.25}{\Delta^2} \quad \text{---}(4)$$

となる。図－1のΔを用いて(4)式によるgを図示すれば，図－2のようになる。

4．閉合誤差の調整

まず，内(外)角の総和に対する誤差dは，(4)式による重みを考えて重量配分する。次に，図－3のように緯，経距にそれぞれd_1およびd_2の閉合誤差を生じたるものとする。すなわち



図－3

$$[\ell \cos\theta] = d_1, \quad [\ell \sin\theta] = d_2 \qquad \text{----------}(5)$$

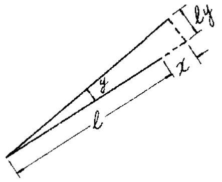
いま，ℓおよびθに施すべき補正量をそれぞれx，yとすれば

$$[(\ell+x)\cos(\theta+y)] = 0, \quad [(\ell+x)\sin(\theta+y)] = 0 \qquad \text{----}(6)$$

でなければならない。(6)式を展開し，yは微少であるから，$\cos y \fallingdotseq 1$，$\sin y \fallingdotseq y$，また$x \times y$の項は微少であるから省き，(5)式を代入すれば(7)式のようになる。

$$[x\cos\theta] - [\ell y \sin\theta] + d_1 = 0, \qquad [x\sin\theta] + [\ell y \cos\theta] + d_2 = 0 \qquad \text{------}(7)$$

測角誤差yによる測点の転位量は$(\ell+x)y \fallingdotseq \ell y$であるから$\ell\theta$の重み$r$は$(\ell y)^2$に逆比例する。しかるに重み$p$は$\ell = 100$，精度$1/10{,}000$のときを$1/100$とするので，$r$は(8)式のようになる。



図－4

$$r = \frac{4.25}{\Delta^2} \times \left(\frac{100}{\ell}\right)^2 = g\left(\frac{100}{\ell}\right)^2 \qquad \text{---------}(8)$$

ゆえに，最小自乗法により(7)式の条件のもとで$S = [px^2] + [r(\ell y)^2]$を最小にするように$x$，$y$を定めれば，(9)式のようになる。

$$x_i = \frac{\cos\theta_i}{p_i}K_1 + \frac{\sin\theta_i}{p_i}K_2, \qquad y = -\frac{\sin\theta_i}{\ell_i r_i}K_1 + \frac{\cos\theta_i}{\ell_i r_i}K_2 \qquad \text{-------}(9)$$

(9)式のK_1，K_2は，次の正規方程式より求めればよい。

$$\left.\begin{aligned} &\left\{\left[\frac{\cos^2\theta}{p}\right] + \left[\frac{\sin^2\theta}{r}\right]\right\}K_1 + \left\{\left[\frac{\sin\theta\cos\theta}{p}\right] - \left[\frac{\sin\theta\cos\theta}{r}\right]\right\}K_2 + d_1 = 0 \\ &\left\{\left[\frac{\sin\theta\cos\theta}{p}\right] - \left[\frac{\sin\theta\cos\theta}{r}\right]\right\}K_1 + \left\{\left[\frac{\sin^2\theta}{p}\right] + \left[\frac{\cos^2\theta}{r}\right]\right\}K_2 + d_2 = 0 \end{aligned}\right\} \text{---}(10)$$

測線	距離	トラバースがある象限	角の閉合誤差を平均に配分		角の閉合誤差を測角値の重みにより配分							
			トランシット法則		コンパス法則		トランシット法則		本方法		$r=\infty$とした場合	
			距離	角	距離	角	距離	角	距離	角	距離	角
	m	°	mm	″	mm	″	mm	″	mm	″	mm	″
1－2	286.037	N79E	－29	＋1.4	－21	－11.7	－27	＋1.7	－36	0	－35	0
2－3	59.643	N 7E	－7	＋0.5	－6	＋12.8	－7	－1.3	－9	－0.3	－9	0
3－4	144.011	N88E	－14	＋1.1	－10	＋14.0	－13	－0.5	－14	＋1.2	－15	0
4－5	205.650	S37E	＋6	＋19.8	－4	＋19.7	＋9	＋19.1	＋10	＋1.3	＋10	0
5－6	51.263	N89E	－5	－1.1	－3	＋16.8	－5	－0.6	－5	＋0.4	－5	0
6－7	297.450	N11E	－36	＋0.5	－25	－9.6	－37	＋1.0	－45	－1.3	－46	0
7－8	267.946	N45W	－4	－23.4	－3	－8.8	－4	－21.9	－8	－1.4	－7	0
8－9	139.312	S33W	＋17	－2.6	＋12	＋2.5	＋15	－1.9	＋23	±0	＋23	0
9－10	213.839	S79W	＋21	－1.0	＋16	－12.6	＋20	－1.1	＋25	－0.3	＋26	0
10－11	95.699	S40W	＋11	－2.3	＋9	＋0.4	＋11	－2.4	＋16	－0.1	＋16	0
11－1	240.327	S32W	＋28	－1.8	＋22	－0.2	＋27	－2.8	＋39	＋0.1	＋40	0

閉合誤差　0.200 m {緯距＝＋0.149，経距＝＋0.133}　　0.190 m {緯距＝＋0.146，経距＝＋0.122}

閉合比　$\frac{1}{10{,}000}$　　$\frac{1}{10{,}500}$

距離測定の精度を$1/10{,}000$，$C = 20''$，$e = 1\,mm$，$n = 3$のトラバースについて，各調整法による距離および角の補正量を比較すれば，左のとおりになる。これより，角の閉合誤差は，各角に平均に配分しても大差ないが，コンパス法則ではもちろん，トランシット法則によって調整しても各のトラバースに対する距離およびごとに角の補正量が適当でないこと，近似的には$r = \infty$として調整してもよいことなどが明らかになった。