Ⅳ－142　　コストスロープに着目したCPMの新解法に関する研究

京都大学工学部　正員　工博　　吉川和広
京都大学大学院　学生員　○赤城慎一
京都大学大学院　学生員　　春名攻

まえがき　今日土木施工計画管理の１手法として実用化されているPERTにくらべ，CPMは未だ実験的段階にあるといえよう。これは土木工事では精度の高いインプットデータの採取が非常に困難であるということ。計算が複雑で，高速度電子計算機を用いたとしてもかなりの計算時間を必要とすること等に起因するといえよう。現在CPMはフローアルゴリズムによってとかれているが，新アルゴリズムの開発によって手法の簡易化計算時間の短縮化等がなされ施工計画の策定に役立つならば，その意義は大きいと考える。一般に土木工事のプロジェクトにおいては，①作業の分割が行われネットワークにおける繰返し作業が多くなる。②各作業のトータル所要時間の間のアンバランスが大きく，計算の初期段階においては短縮を行ってもクリティカルパスが変化しない場合が多い。等の問題があり，１回の計算に対して工期短縮量が小さく，増加費用もまた小さいという結果を生んでいる。われわれは，これらの改良が時間短縮の問題に連らなるものと考え，作業(アクティヴィティ)のコストスロープに着目したCPM解法の新アルゴリズムの開発研究を行った。

新アルゴリズム

１　ミニマムカットの求め方　CPM計算時間の大部分はミニマムカットの発見についやされているので，この部分の改良が問題解決の中心となる。「ミニマムカット」の定義はさまざまになされているが，ネットワークにおいてカットを求める問題は，ネットワークの始点から終点までのすべての経路P_iを求め，P_iのすべてをたかだか１回切断するアクティヴィティの集合を求める問題としてとらえられる。いまクリティカルパス(C.P)よりなるネットワークにおける経路P_iをつぎのようなチェーンの集合として考える。　C_{xk}；先行イベントを２つ以上もつイベントから，後続イベントを２つ以上もつイベントまでの連結したアクティヴィティの集合。　C^*_{xk}；C_{xk}のうち$e(ij1)<0$，ただし$e(ij1)=t_j-(t_i+D_{ij})$　を満足するアクティヴィティ(ij)を含むもの。

Pr-Ⅰ-1　C.P.よりなるネットワークの始点０より終点nまでの経路$P_i\ (i=1,2\ldots)$をC_{xk}の始点から終点の方向にたどり，通過したC_{xk}にラベルa_iをつける。すべてのP_iについて完了すれば，Uをすべての$a_i\ (i=1,2\ldots)$の集合とすれば，C_{xk}はU_{xk}をもちU_{xk}は　$U_{xk}\leq U=\{a_i\mid i=1,2\ldots\}$ ――――(1)　を満足する。

Pr-Ⅰ-2　$\left.\begin{array}{l}U_{xl}\cap U_{xm}=\phi\ (\text{空集合})\quad l=1,2\ldots,\ m=1,2\ldots,\ l\neq m\\ U_{x1}\cup U_{x2}\cup U_{x3}\cup\cdots=U\end{array}\right\}$ ――――(2)　を満足するチェーンの集合$R_n\ (n=1,2\ldots)$を求める。

Pr-Ⅰ-3　$\sum_{R_n}\min_{C_{xk}} C_{ij}$　を求め，これに対応する(ij)の集合を求める。

Pr-Ⅱ-1　$U_{xk}=U$なるチェーンC_{xk}をとりだし，これらの始点i_n，終点$j_n\ (n=1,2\ldots N)$を求める。

Pr-Ⅱ-2　j_n，i_{n+1}に含まれるチェーンの集合をとりだす。ただし$i_1\neq 0$のとき，０とi_1の間のチェーンの集合もとりだし，$j_N\neq n$のとき，j_Nとnの間のチェーンの集合もとりだしておく。

Pr-Ⅱ-3　Pr-Ⅱ-2で求めたチェーンの集合のうち$C_{xk}=C^*_{xk}$を含むものを$N_s\ (s=1,2\ldots S)$としてとりだす。$N_s\neq\phi$なら以下の手順を行わなくてよい。さらにPr-Ⅰで求めたU，U_{xk}をすべて消しさる。

Pr-Ⅱ-4　N_sにおけるC^*_{xk}の組合せP_{sm}　すなわち$P_{s1}=C^*_{xp}$，$P_{s2}=C^*_{xq}$，$P_{sn}=\{C^*_{xp},C^*_{xq}\}$，……
$P_{sM}=\{C^*_{xp},C^*_{xq},C^*_{xr},\ldots\}$　を求める。

Pr-Ⅱ-5　P_{sm} $(m=1,2\ldots M)$において，C_{xk}（$C_{xk}\in N_s$かつ$C_{xk}\neq C^*_{xk}$）ではチェーンの始点から終点の方向に，C^*_{xk}（$C^*_{xk}\in N_s$, $C_{xk}=C^*_{xk}$）では終点から始点の方向に，N_sの始点から終点にいたるすべての経路をたどる。このとき通過経路にはラベルa_iをつける。Pr-Ⅱ-5においては，Pr-Ⅰ-1にくらべ，つぎのようなルールを設ける。＜ルール＞ (1)　1つのチェーンにa_iが2度つくような経路は考えない。　(2) 後続チェーンがないか，あるいは後続チェーンが$C_{xk}=C^*_{xk}$のときだけ先行チェーンを逆方向にたどれる。

(3)　$C_{xk}\neq C^*_{xk}$が後続チェーンとしてある場合は必ずこれをたどる。

Pr-Ⅱ-6　$U_{xk}=\phi$なるチェーンがあるかどうか調らべる。$U_{xk}=\phi$があればすべてのU_{xk}を消し$P_{s,m+1}$に移る。

Pr-Ⅱ-7　式(2)を満たすチェーンの集合$R_{sn'}$ $(n'=1,2\ldots)$を求める。さらに$P_{s,m}$を$P_{s,m+1}$におきかえPr-Ⅱ-5へ移る。

Pr-Ⅱ-8　すべてのP_{sm}について$R_{sn'}$が求まれば，N_sをN_{s+1}におきかえてPr-Ⅱ-4にもどる。すべてのN_sについて$R_{sn'}$が求まればPr-Ⅱ-9に移る。

Pr-Ⅱ-9　$\sum_{R_{sn'}}\{\min_{C_{xk}} C_{ij}+\min_{C^*_{xk}}(-C_{ij})\}$を求め，これに対応する$(i\,j)$の集合を求める。

これが$(i\,j)\in C^*_{xk}$を含むカットをあらわしている。ネットワークにおけるカットが求まれば，

$f=\min_{p}\left[\sum_{R_n}\min_{C_{xk}} C_{ij}\,,\ \sum_{R_{sn'}}\{\min_{C_{xk}} C_{ij}+\min_{C^*_{xk}}(-C_{ij})\}\right]$を求め，対応する$(i\,j)$の集合を求めれば，

これがミニマムカットになる。

2　短縮時間ξの決定法とプロジェクトコスト

ミニマムカットに含まれる$(i\,j)$を$S_1=\{(i\,j)\mid(i\,j)\in C_{xk}\}$，$S_2=\{(i\,j)\mid(i\,j)\in C^*_{xk}\}$の2つにわけ，さらにイベントを次式を満たすイベントの集合I_0, J_0にわける。

$(i\,j)\in S_1$のとき　$i\in I_0$, $j\in J_0$；　$(i\,j)\in S_2$のとき　$i\in J_0$, $j\in I_0$

Pr-Ⅲ-1　$i\in I_0$のときiにラベル[1]，　$i\in J_0$のときiにラベル[2]をつける。

Pr-Ⅲ-2　iがラベル[1]をもち，jがラベルをもたないとき，$e(i\,j\,1)=0$のときだけjにラベル[1]をつける。

ラベルがつけられなくなったときPr-Ⅲ-3に移る。

Pr-Ⅲ-3　ラベルのつかなかったイベントにラベル[2]をつける。　すべてのイベントにラベル[K] $(K=1,2)$がつけばネットワーク全体のイベントを　$I=\{i\mid i;ラベル[1]\}$，$J=\{i\mid i;ラベル[2]\}$にわけ，

$A_1=\{(i\,j)\mid i\in I, j\in J\}$　　$A_2=\{(i\,j)\mid i\in J, j\in I\}$を定義する。

Pr-Ⅲ-4　$\xi=\min\{\xi_1,\xi_2\}$　　$\xi_1=\min_{A_1}\{e(i\,j\,k)\}$　$\xi_2=\{-e(i\,j\,1)\mid e(i\,j\,1)<0\}$ $(k=1,2)$を求める。

Pr-Ⅲ-5　$y^*_{ij}=y_{ij}-\xi$　$(i\,j)\in S_1$；　$y^*_{ij}=y_{ij}+\xi$　$(i\,j)\in S_2$；　$y^*_{ij}=y_{ij}$　$(i\,j)\notin S_1, S_2$

Pr-Ⅲ-6　プロジェクトコスト増加量を　$\Delta P=f\times\xi$　で計算する。

以上のような手順Ⅰ,Ⅱ,Ⅲをへて，工期短縮量ξ，プロジェクトコスト増加量ΔPが求められる。

あとがき，　実際例として，神戸港における岸壁工事を対象として，本アルゴリズムを適用した結果，フローアルゴリズムを用いた結果と完全に一致することが証された。しかも上述のアルゴリズムを用いた場合は，電子計算機を使用することなく，グラフと表とによって簡単に結果を得ることができた。また短縮時間決定に関する問題は，別の角度からも検討され，春名等によってすでにより合理的な決定法が求められている。現在われわれはこれらを一連のアルゴリズムとして電子計算機に乗せるための改良研究を行っているが，その詳細については改ためて論じたいと思っている。