

系統制御される信号群による交通の総停止回数と総遅れとの加重和を損失と呼び、損失を最小にするようなオフセットパタンの近似解を任意の信号系について、電子計算機による漸近計算から求める方法について述べる。停止回数と遅れとの加重和をとったのは、低速交通に対しては遅れが、高速交通に対しては停止回数が重要であろうと考えたためであり、加重のための係数は任意に選べるようにした。

[最適化の条件]

損失最小という条件の他に、系内のいずれの信号においてもその待ち行列長の初めに与えられた長さ（隣接交差点との間隔から定まる長さ）以上にならないようにするという条件が付される。また場合によっては、ある2信号間のオフセット差を自由に定めることのできない場合があるので、このような条件も任意に指定することができる。

[損失の計算]

各信号における損失は、その信号の各流入路ごとに、累加到着交通と累加発進交通とから計算される。さらに発進交通は到着交通の密度パターン、飽和交通量、スプリット、およびオフセットから計算される。各信号には互いに独立な最大4の車両用現示があるものと想定して居り、飽和交通量および許容待ち行列長は各現示ごとおよび各流入路ごとに与える。

[交通の流れ方]

交通量の偶然変動はここでは考慮していない。従って交通量または交通密度の時間的变化は信号による進行一停止によるものだけとなり、毎サイクル全く同じ変動が繰り返えされると考える。系の端末信号への系外からの到着交通としては一様流または任意の密度パタンのいずれかを選ぶことができる。前者は系外の信号が非常に遠い場合を、後者は同じ周期で制御される隣接系との関連を考慮する場合を想定したものである。系内の各信号への到着交通は、その手前の信号からの発進交通に、右左折など他の交通施設（交差点、駐車場等）へ流出する交通およびそれらから流入する交通による密度パタンの変化を補正し、さらに交通流内部の速度分布による密度パタンの平均化作用による補正を加えて求められる。他の交通施設との出入交通量は、各信号間ごとに方向別に与える。

交通の速度は、信号間隔ごとに方向別にその区間を平均速度で走行するに要する時間として与える。従って、系内の平均速度は区間により、および方向により異なってもよい。

[漸近計算]

系内の相隣る2信号間の道路区間を単位区間、系のループ状部分においてループを構成する路線同士の交点にある信号を枝交信号、相隣る2枝交信号間を連絡する道路区間を枝交区間、系のtree状の部分で構成する道路区間を木区間とこれに名前付ける。枝交区間および木区間は2以上の単位区間から成ってもよい。次に、相隣る2信号のオフセットの差を単位区間の相対オフセット、相隣る2枝交信号のオフセットの差を枝交区間の相対オフセットと名付ける。

さて、任意に与えられたオフセットパターン初期値と周期に依りて、各単位区間における損失を計算する。次に、各単位区間端部への到着交通密度パターンが、初期値オフセットパターンにおける場合と同じであるとする近似的な仮定のもとに、各単位区間の相対オフセットが初期値 $\pm P_1$ である場合の損失を計算する。（この仮定は多くの場合に少なくとも近似的には成り立つものであるが、交通量が少なくなるにつれて実現象との相違が大きくなり合致しなくなる。ここに述べる計算法はこの仮定を導入することによって可能となったが、一方でこの仮定によつたために常に理論的な最適解を得る保証を失った。）

次に、このようにして得られた各単位区間の相対オフセットと損失との関係に基いて、系全体としての損失が最小になるように各信号のオフセットを P_1 の刻みで求める。このとき、本区間については各単位区間ごとに損失が最小となるような相対オフセットを他とは独立に選ぶことができるが、ループ状部分については、どのループ沿いにとつても単位区間の相対オフセットの和がゼロになるという条件を満たさねばならない。そこで各核区間の相対オフセットを、初期値および初期値 $\pm$ 最大 $2P_1$ までの P_1 刻みで最大 4 段階とり、それぞれの段階に対してその核区間での損失を最小にするような各単位区間（その核区間を構成する）の相対オフセットと損失量とを求め、この結果からループ状部分全体として損失が最小となるように各信号のオフセットを定める。

このような手順によつて求められたオフセットパターンの α 1次近似解は、各単位区間端部への到着交通密度パターンが変わらないとする上述の仮定が成り立つならば正しく最適オフセットパターンであるが、 α 1次近似解き初期値であればこの仮定は厳密には正しくない。そこで、上で得られた α 1次近似解を新たな初期値として上述と同様の手続きによつて α 2次近似解を求める。この手続きを繰り返すことによつて α m 次近似解と α $m+1$ 次近似解とが等しくなれば、 P_1 の刻みにおける最終解が得られたものとして次に $P_2 (< P_1)$ の刻み値による計算に移る。このようにして順に刻み値を小さくして行けば求める精度でのオフセットパターンが得られることになる。

ところが m をいかに大きくしても α m 次近似解と α $m+1$ 次近似解とが等しくならない場合がある

ここでは計算時間の制限から、ある刻み値 P_k における近似計算をある回数重ねてもすでにそれまでに得られている最小損失より小さい損失を与える解が得られない場合、またはすでに得られたことのある解と同じ解が現れた場合には、すでに得られている解のうちで最小の損失を与える解を新たな初期値として次の P_{k+1} の刻み値における計算に移る。

相対オフセットの漸近刻み値としては、現在のプログラムでは $P_1 \sim P_5$ の5段階に対し、それぞれ周期の50, 24, 12, 6, 2%をとっている。

銀座地区の36個の信号から成る格子状態に依りて、OKITAC 5090Hを用いて計算した結果では、ひとつの周期に対するオフセットパターンの解を得るのに、条件により150～180分の計算時間を要した。

この解法は、理論的な最適解を常に与えるという保証は有していないが、実用的には多くの場合、特に交通量が大きな場合には十分最適解に近いと考えてもよいと思われる。