Ⅳ－130　バス輸送における運転系統の最適化について

京都大学大学院　学生員　河上省吾

バス輸送網とそれに対する輸送需要が与えられたとき、いかなる運転系統により輸送するのが最適であるかを検討する。ここでは乗客の総待ち時間を最小にする運転系統（それへの最適配車台数を含む）を最適なものと考える。乗客は駅へランダムに到着し、バスは系統ごとに一定間隔で往復運転するものと仮定する。いま、輸送網上の主要駅間（常識的にバスを直通運転すべきと考えられる区間）を1区間と名づけ、これに番号をつけて表わす。この区間は最短の場合1駅間となる。

1. 最適配車台数と最小待ち時間　区間iの距離をL_iとすると、それをバスが往復するには$T_i = 2L_i/v$時間を要する。ここにvはバスの平均運転速度である。まず各区間ごとに1系統を設ける場合を考える。区間iへの配車台数をD_iとすると、その区間の単位時間当たりの運転回数μ_iは$\mu_i = D_i/T_i$で、このときの運転時間間隔は$1/\mu_i = T_i/D_i$である。各区間の単位時間当たりの通過人員と乗降駅の1方を他区間にもつ人員の和をP_i，その区間内に乗降両駅をもつ人員をQ_iとすると、この区間での全乗客の単位時間当たりの総待ち時間は　$\frac{1}{2}(P_i+Q_i)\times 1/\mu_i = \frac{1}{2}(P_i+Q_i)T_i/D_i = (P_i+Q_i)T_i/2D_i$　であり、この輸送網全体の総待ち時間Wは次式で与えられる。　$W = \sum_{i=1}^{m}(P_i+Q_i)T_i/2D_i$　，m：区間総数　(1)

そして輸送網で使用されるバス台数をDとすると　$\sum_{i=1}^{m} D_i = D$　(2)　である。式(1)からわかるように、WはD_iの値のとり方によって変動する。したがって、DはWを最小にするように各（区間）系統へ配分されなければならない。各系統への最適配車台数は、ラグランジュの乗数を用いると比較的容易に決められ、区間iへの最適配車台数D_iは次式(3)で与えられる。

$$D_i = \sqrt{(P_i+Q_i)T_i}\cdot D\Big/\sum_{i=1}^{m}\sqrt{(P_i+Q_i)T_i} \quad (3), \qquad W = \Big\{\sum_{i=1}^{m}\sqrt{(P_i+Q_i)T_i}\Big\}^2\Big/2D \quad (4)$$

ただし、実際には、バス台数は整数値なので四捨五入すると最適値でなくなるかも知れないが、最適値から大きく離れることはない。そしてこのD_iを配車したときの最小待ち時間は式(4)で与えられる。

2. 系統の統合　以上は1区間を1系統で運転する場合の最適配車計画であったが、いくつかの区間をまとめて1系統で運転したり、同一区間を2系統以上通過する方が待ち時間をより小さくする場合がある。そこで以下において、いかなる場合に系統を統合すべきかを検討してみよう。常識的に考えて、区間の境界を通過する人員の多いものを統合すべきであろう。いま区間iからjへの通過人員をS_{ij}で表わす。区間i，jを統合し、1系統で運転すると仮定すると、その系統の乗客は$P_i+Q_i+P_j+Q_j-(S_{ij}+S_{ji})$で、また往復所要時間は$T_i+T_j$となる。したがって、式(4)により区間$i$，$j$を統合すべきかどうかは、$\sqrt{(P_i+Q_i)T_i}+\sqrt{(P_j+Q_j)T_j}$　と　$\sqrt{(P_i+Q_i+P_j+Q_j-S_{ij}-S_{ji})(T_i+T_j)}$　の大小によって決めることができる。前者が大の場合は統合すべきで、逆の場合は統合する必要はない。ゆえに、運転系統を統合すべきかどうかの判定は　$S_{ij}+S_{ji} > \{\sqrt{(P_i+Q_i)T_j}-\sqrt{(P_j+Q_j)T_i}\}^2/(T_i+T_j)$　(5)

が成立するかどうかで行なうことができ、式(5)が成立する場合はi，jを統合すべきである。ただし、隣接する3区間i，j，kにおいて相隣る区間j，kだけで考えた場合統合すべきでないと結論されても、(i，j)とkで考えるとこの2つを統合すべきであると判定され、i，j，kを1系統で運転するのが望ましい場合があるから注意を要する。

3. 運転系統の重複　つぎに同一区間を2つ以上の系統が通過するようにすべきかどうかの判

定方法について考える。図-1の路線を重複部分をもつ2系統で運行する場合を考える。運転系統の重複部分では、両系統を等しい条件で利用できる人（重複部分に乗降駅の両方をもつ人）Q_jがいる。そして系統1のみを利用する人はP_i+Q_i，系統2のみを利用する人はP_k+Q_kである。区間jからkへ行く人が系統1に乗れば、c駅で系統2へ乗換える必要があるため、このような人は系統2を利用すると考えて待ち時間を算定すればよいことがわかる。このとき乗客の待ち時間総和Wは両系統の配車台数をD_1，D_2とすると

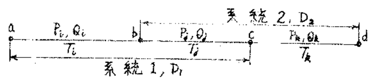

図-1

$$W=\frac{1}{2}\left\{\frac{(P_i+Q_i)(T_i+T_j)}{D_1}+\frac{(P_k+Q_k)(T_j+T_k)}{D_2}+\frac{Q_j}{\frac{D_1}{T_i+T_j}+\frac{D_2}{T_j+T_k}}\right\},\qquad D_1+D_2=D \tag{6}$$

で与えられる。ただし、これは重複部分でも等間隔運転が行なわれることを前提条件としている。式(6)において、Wを最小にするD_1，D_2を見つけることは第3項があるので相当めんどうである。ところで、さきにWが式(1)の形で表わされるならば、容易に最適配車台数、最小待ち時間が求められることがわかっているので、式(6)を式(1)の形に変形することを試みる。いま、次式(7)を仮定してnの値を求めてみる。式(7)を変形すると式(8)を得る。

$$\left(\frac{D_1}{T_i+T_j}+\frac{D_2}{T_j+T_k}\right)^{-1}=n\left(\frac{T_i+T_j}{D_1}+\frac{T_j+T_k}{D_2}\right) \quad (7),\qquad \frac{1}{n}=\left(2+\alpha+\frac{1}{\alpha}\right),\quad \alpha=\frac{(T_i+T_j)D_2}{(T_j+T_k)D_1} \quad (8)$$

このとき、$\alpha+1/\alpha \geqq 2$ であるから、$n \leqq 1/4$，（$\alpha=1$，$n=1/4$）であることがわかる。ここでは、系統重複部分でもバスは等間隔運転であると仮定したが、2系統以上を重複させるとき重複部分で等間隔運転を保つことができるのは、各系統の運転間隔が等しい場合に限られる。さきの2系統の場合、両系統の運転間隔が等しいときは$\alpha=1$であるから$n=1/4$であることがわかる。したがってこの場合は、次式(9)に$n=1/4$を代入することによって最小待ち時間総和を求めることができる。

$$W=\frac{1}{2}\left\{\frac{(P_i+Q_i)(T_i+T_j)}{D_1}+\frac{(P_k+Q_k)(T_j+T_k)}{D_2}+nQ_j\left(\frac{T_i+T_j}{D_1}+\frac{T_j+T_k}{D_2}\right)\right\} \tag{9}$$

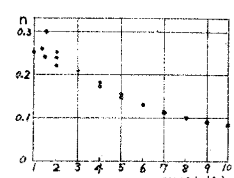

図-2

また、重複する系統の運転間隔が等しくない場合は、いろいろの運転間隔の組合せについて、それぞれの系統が等間隔運転を保ちながら重複部分の待ち時間を最小にする運転方式を求めて、そのときのnの値を計算してみたら図-2のようになった。横軸は大きい方の運転間隔の他方に対する比である。よって重複運転系統を用いる場合の最小待ち時間は次のようにして求めることができる。まず、式(9)に$n=0$を代入してWを最小にする最適配車台数の比D_2/D_1を求め、そのときのαの値を計算する。そして図-2によりこのαに対応するnの値を決め、これを式(9)に代入してふたたび最適配車台数比D_2/D_1を求め、このときのαを計算する。αの値をさきのものと比較し、その変化が小さくなるまでこの操作（$\alpha \to n \to$ 式(9)）をくり返す。こうして得たαの収束値に対するnの値を式(9)に代入すると、重複運転系統を用いるときの最適配車台数と最小待ち時間を求めることができる。この考え方は3系統以上が重複する場合にも応用できる。したがって重複運転系統の適否は、式(4)，(9)により重複する場合とそうでない場合の待ち時間を計算し、その大小によって判定すればよい。ここで得た運転系統の統合および重複の適否を判定する方法を用いれば、輸送網における最適な運転系統とそれへの配車台数を決定できる。