Ⅳ−113　都心の影響圏に関する一考察

京都大学工学部　正員　○　中原清志
京都大学工学部　正員　　藤田昌久

1. まえがき　都市における夜間人口密度は、都心の近傍をピークとして、都心から離れるにしたがって減少している。　いま、人口密度の分布を決定する因子として、都心から居住地までの所要時間をとりあげ、指数関数モデル，エントロピー法によるモデルの２つについて考察を行なってみる。

2. 指数関数モデル　都市における人口密度の分布は、都心からの時間距離方向に、つぎのような形で表わされることが知られている。

$$\rho_i = \rho_{0,i}\, e^{-bt_i} \qquad (1)$$

ここに、ρ_i：i 地区の人口密度，t_i：都心から i 地区までの時間距離，ρ_{0i}, b：定数

このモデルは都心が唯一である場合のものであるが、都心が２つ以上、すなわち、主都心といくつかの副都心がある都市について、主都心，副都心の影響による人口密度の分布について考えてみる。

都心がいくつかある場合、人口密度の分布は、式(1)からの類推により、つぎのようになることが考えられる。

$$\rho_i = \rho_0\Big(\sum_j \gamma_j\, e^{-\beta_j t_{ij}}\Big) \qquad (2)$$

ここに、γ_j：都心 j の都市において占める比重，t_{ij}：都心 j から i 地区までの時間距離，ρ_0, β_j：定数

このモデルにおいて、γ_j $(\sum_j \gamma_j = 1)$ は都心 j の都市における相対的な比重を示すものであって、たとえば 都心 j の雇用力の全市に対する比率として与えることもできる。　式(2)の ρ_0, β_j が判明すれば、γ_j, t_{ij} は与えられているので、都心がいくつかある場合の人口密度分布を知ることができる。しかしながら、ρ_0, β_j を外生的に与えることは困難であるので、最小自乗法を適用して、既知の資料から逆に求める。　最小自乗法を適用する場合、β_j をそれぞれの j について求めるには計算が複雑となるので、$e^{-\beta_j} = k$ (const.) として計算する。すなわち、

$$S = \sum_i \Big\{\rho_i - \rho_0\Big(\sum_j \gamma_j k^{t_{ij}}\Big)\Big\}^2 \qquad (3)$$

を ρ_0, k について偏微分し

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial S}{\partial \rho_0} &= -2\sum_i \rho_i\Big(\sum_j \gamma_j k^{t_{ij}}\Big) + 2\rho_0 \sum_i \Big(\sum_j \gamma_j k^{t_{ij}}\Big)^2 = 0 \\
\frac{\partial S}{\partial k} &= -2\rho_0 \sum_i \rho_i\Big(\sum_j \gamma_j t_{ij} k^{t_{ij}-1}\Big) - 2\rho_0^2 \sum_i \Big\{\Big(\sum_j \gamma_j k^{t_{ij}}\Big)\Big(\sum_j \gamma_j t_{ij} k^{t_{ij}-1}\Big) = 0
\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

とおいて、式(3)を連立方程式として、収束計算により、ρ_0, k を求める。　ρ_0, k が求められれば、$\beta = -\log k$ が求められ、与えられた γ_j, t_{ij} とにより、i 地区における都心 j の影響による人口密度 $\rho_0 \gamma_j e^{-\beta t_{ij}}$ を求めることができる。

3. エントロピー法によるモデル　つぎに通勤という現象からみた都心の直接的な影響について考えてみる。　i 地区から都心 j への通勤人口を v_{ij}，全市の雇用力を F，雇用力の都心 j の割合を f_j $(\sum_j f_j = 1)$ とすると、v_{ij} はつぎのように表わされる。

$$v_{ij} = p_{ij} f_j F \tag{5}$$

ここに、p_{ij}：都心 j へ i 地区から通勤する確率

$$\sum_{i} p_{ij} = 1 \tag{6}$$

式(6)の条件のもとで、単位時間あたりのエントロピー

$$R = \frac{-\sum_{ij} p_{ij} f_j \log p_{ij}}{\sum_{ij} p_{ij} f_j t_{ij}} = \frac{H}{\bar{t}} \tag{7}$$

を最大とする p_{ij} を求めると

$$p_{ij} = \frac{\alpha_j}{e} \cdot e^{-Rt_{ij}}$$
$$\alpha_j = \frac{e}{\sum_{i} e^{-Rt_{ij}}} \tag{8}$$

となる。 式(8)を式(5)に代入して、

$$v_{ij} = p_{ij} f_j F = \frac{F \alpha_j f_j}{e} \cdot e^{-Rt_{ij}} \tag{9}$$

i 地区の発生通勤人口 v_i は

$$v_i = \sum_{j} v_{ij} = \frac{F}{e} \sum_{j} \alpha_j f_j e^{-Rt_{ij}} \tag{10}$$

i 地区の人口 P_i は、1世帯あたりの通勤者数を a，世帯規模を h とすると

$$P_i = \frac{h}{a} v_i + P_i'$$
$$= \frac{hF}{ae} \sum_{j} \alpha_j f_j e^{-Rt_{ij}} + P_i' \tag{11}$$

ここに、P_i'：通勤の影響を直接に受けない人口、たとえば自家営業の場合等

ここで $P_i' / \frac{h}{a} v_i = c$ (const.) と考えると

$$P_i = \frac{(1+c) hF}{ae} \sum_{j} \alpha_j f_j e^{-Rt_{ij}} \tag{12}$$

i 地区の人口密度 ρ_i は、面積を A_i とすると

$$\rho_i = \frac{(1+c) hF}{ae A_i} \sum_{j} \alpha_j f_j e^{-Rt_{ij}} \tag{13}$$

すなわち、都心への通勤からみた人口密度の分布を得ることができる。

4. おわりに　本考察においては、都市における人口密度分布を都心がいくつかある場合について、指数関数モデルとエントロピー法によるモデルの2つをとりあげて考えてみた。 指数関数モデルについてはともかくとして、エントロピー法によるモデルにおいて、p_{ij} を求めるとき、単位時間あたりのエントロピーを最大とする p_{ij} を求めた。 人口密度分布を決定する因子として、都心と居住地との間の所要時間をとりあげて 単位時間あたりのエントロピー最大とする情報理論の目的関数を代用した。 これは、所要時間が大となるにしたがって通勤人口が減小するという経験則によったものである。 なお、計算結果は講演時に示すこととする。