IV－112

都市人口分布モデルに関する一考察

京都大学工学部　正　員　天野光三
京都大学大学院　学生員　○青山吉隆
京都大学工学部　正　員　藤田昌久

1).　はじめに　都市に居住する人々が、その居住地を選定するとき、選定条件として、種々の要素が考えられるが、決定的な要素となるものは、都心部に対する時間距離と各居住地の地価及びその環境であると思われる。本研究では、都市人口の分布を各選択条件を情報源とする離散的情報路とみて、居住地選定過程を統計的に分析してみた。

2)　情報路モデル　都市内の人口分布解析の最小単位として、都市圏をλ個の面積(S)の等しい閉領域に分割する。都市人口はいずれかの領域に居住し、居住する領域の選択にあたり、その領域の地価と、領域から都心部までの時間距離および、その他の自然的環境、歴史的条件などに支配されるものとする。すなわち各領域の時間距離、地価およびその他の条件を情報源として、人々がいずれかの領域を選択していく過程を、離散的情報路として取扱う。

各領域の面積は等しく設定してあるので、人口一人が各領域を選択する先験的確率はすべて等しく与えこれを $1/\lambda$ であらわす。今、最終的に都市総人口N人のうち、領域 i に n_i 人居住するものとすれば、$N=\sum_{i=1}^{\lambda} n_i$ であり、$P_i = n_i/N$ とおくと、$\sum_{i=1}^{\lambda} P_i = 1 \quad (i=1,2,\cdots,\lambda)$ 　(1)

である。微視的状態の同時分布確率を U とすると、$U = \prod_{i=1}^{\lambda}(\lambda)^{-n_i} = \lambda^{-N}$ 　(2)

となる。ところでN人のなかで置換をおこなっても同一分布を実現できるが、同一領域内での置換は同じものとみなすと、同一分布を形成する微視的状態の数を V とおくと、次式で示される。

$$V = \frac{N!}{n_1!n_2!\cdots n_\lambda!} = \frac{N!}{\prod_{i=1}^{\lambda} n_i!} \qquad (3)$$

巨視的状態の確率を W とすれば、$W = V \cdot U$ であり、式(2)で U は一定であるから W の最大は、V の最大と同時である。式(3)の対数をとり、$P_i = n_i/N$ を代入すると、スターリングの公式より、

$$\log V = -N\sum_{i=1}^{\lambda} P_i \log P_i = N \cdot H(P_i) \quad (i=1,2,\cdots,\lambda) \qquad (4)$$

となる。ここで $H(p_i) = -\sum_{i=1}^{\lambda} P_i \log P_i$ を人口分布確率のエントロピーと定義すれば、N が一定のとき V は、エントロピー最大のとき、最大である。すなわち $Max.W$ は、$Max.H$ と同時である。

それぞれの選択要素を情報源として、独立した因子と考える。まず選択要素として、時間距離だけをとりあげると、このとき、最も実現しやすい分布形は、単位時間距離あたりの巨視的状態の確率が最大のとき、すなわち単位時間距離あたりのエントロピーが最大のときと考えられる。

いま、領域 i の時間距離を t_i とし、t_i の期待値を $\bar{t}$ であらわせば、単位時間距離あたりのエントロピーは次のようになる。

$$\frac{-\sum_{i=1}^{\lambda} P_i \log P_i}{\sum_{i=1}^{\lambda} n_i \cdot t_i} = \frac{H(P_i)}{N \cdot \bar{t}} \qquad \left(ここに\ \bar{t} = \sum_{i=1}^{\lambda} P_i \cdot t_i\right) \qquad (5)$$

式(1)の条件のもとに、式(5)を最大にする (P_i) を、ラグランジェの未定乗数法により求めると、

$$p_i = e^{-t_i\frac{H}{\bar t}} \quad (6) \qquad \text{ここで } e^{\frac{H}{\bar t}} = X \text{ とおくと } \sum_{i=1}^{\lambda} p_i = 1 \text{ より } \sum_{i=1}^{\lambda} X^{-t_i} = 1 \quad (7)$$

式(7)を満足する根のうち正根を数値解析的に求め、これをX_1とし、求まった分布確率を(q_i)とおくと、

$$\frac{H(q_i)}{\bar t} = \log_e X_1 \text{ (これを } K_t \text{ とおくと)} \qquad \therefore\ q_i = e^{-K_t\cdot t_i} \quad (i=1,2,\cdots,\lambda) \quad (8)$$

さらに選択要素として地価をとりあげると、最も実現しやすい分布形は、単位地価あたりのエントロピー最大のときと考えられる。領域iの地価をc_i、$\bar c = \sum_{i=1}^{\lambda} p_i c_i$ であらわせば、上と同様に考えて、結局、分布確率は(r_i)で与えられる。

$$r_i = e^{-K_c\cdot c_i} \quad (i=1,2,\cdots,\lambda) \quad (9) \qquad \text{ここに} \begin{cases} X_2 \text{ は } \sum_{i=1}^{\lambda} e^{\frac{H}{\bar c}\cdot t_i} = 1 \text{ の正根} \\ K_c = \log X_2 = \dfrac{H(r_i)}{\bar c} \end{cases}$$

先に選択要素として考えた種々の要素のうち、比較的定量化しやすいものは、以上の2つである。そこでこれらの因子としての重みを α, $1-\alpha$, とし、実際の分布確率を(p_i)とすれば、

$$p_i = \alpha\cdot q_i + (1-\alpha)\cdot r_i \qquad \therefore\ (p_i - r_i) = \alpha\cdot(q_i - r_i) \quad (i=1,2,\cdots,\lambda) \quad (10)$$

最小2乗法を用いて、式(10)の係数 α を決定し、これを α_0 とすると、

$$p_i = \alpha_0\cdot q_i + (1-\alpha_0)\cdot r_i + \varepsilon_i \quad (11) \qquad \text{ここに } \sum_{i=1}^{\lambda}\varepsilon_i = 0$$

この ε_i は時間距離および地価以外の要素の存在のために生じる誤差であり、自然的環境、歴史的条件などの、相対的優劣を示すものとも考えられる。さらに、領域iの人口密度 ρ_i は面積が各領域ともSに等しく設定してあるので次式で与えられる。

$$\rho_i = \frac{n_i}{S} = \frac{N}{S}\cdot p_i \quad (12)$$

3) 駅勢圏を単位とする応用. 実際の計算では面積の等しい領域を設定することは、困難であるから、任意の面積をもつ領域の集合について適用する方法について考える。ここでは駅勢圏を単位とした場合について考えてみる。駅勢圏iの人口、人口密度, 面積をそれぞれ n_i^*, ρ_i^*, S_i とすると、人口密度は面積により変化しないとして、駅勢圏の数をλ^* とすれば、

$$\rho_i^* = \rho_i = \frac{N}{S}\cdot p_i \qquad \therefore\ n_i^* = \rho_i^*\cdot S_i = \frac{N}{S}\cdot S_i\cdot p_i \quad (i=1,2,\cdots,\lambda^*) \quad (13)$$

駅勢圏iの人口分布確率を p_i^* とすれば

$$p_i^* = \frac{n_i^*}{N} = \frac{n_i^*}{\sum_{i=1}^{\lambda^*} n_i^*} = \frac{S_i\cdot p_i}{\sum_{i=1}^{\lambda^*} S_i\cdot p_i} \quad (14) \qquad \therefore\ n_i^* = N\cdot\frac{S_i\cdot p_i}{\sum_{i=1}^{\lambda^*} S_i\cdot p_i} \quad (i=1,2,\cdots,\lambda^*) \quad (15)$$

すなわち2)で求めた(p_i)を、式(14),(15)により、任意の面積をもつ領域に応用することができる。

4) むすび　以上の方法により、式(11)において、α_0, ε_i, を固定的なものと仮定すれば、任意の単位で、鉄道路線網あるいはバス路線網などの改革に基づく時間距離の短縮、さらに地価の増大などによる、人口分布形の推移の予測に応用することができる。