

康島道路株式会社技術研究所 所長 正員 遠藤 靖

1 はじめに

1-1 目標

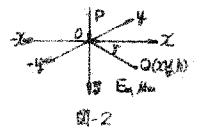
図-1 は差盤（弾性率 E_m 、ポアソン比 $\mu_m = \frac{1}{2}$ ）の上にアスファルト系法覆工（弾性率 E_f 、ポアソン比 $\mu_f = \frac{1}{2}$ ）がのつており、法覆工表面の中 $2b$ 上に強度 Q_0 の液圧が作用している場合と示す。このとき法覆工の底面で液圧の中心 O に生ずる引張応力 σ を求める。



1-2 基本式

等質半無限弾性体の表面 (x, y) 上の点 O に単一荷重 P が働く場合、表面より h の深さにある任意点 $Q(x, y, h)$ における垂直変位 S および垂直応力 σ_z は、Boussinesq のよれば (1) 式および (2) 式で表わされる (図-2)。ただしポアソン比 $\mu_m = \frac{1}{2}$ とする。

$$S = \frac{3P}{4\pi E_m} \left(\frac{1}{r} + \frac{h^2}{r^3} \right) \quad (1) \quad \sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{h^3}{r^5} \quad (2)$$



1-3 座標系

座標系を便宜上図-3の如くとれば、諸量関係は (3) 式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{R}{\cos \varphi}, \quad R = \frac{h}{\cos \varphi} \quad \therefore r = \frac{h}{\cos \varphi \cos \varphi} \\ y &= R \tan \varphi \quad \therefore dy = \frac{R}{\cos^2 \varphi} d\varphi = \frac{h}{\cos \varphi \cos^2 \varphi} d\varphi \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

2 等布荷重

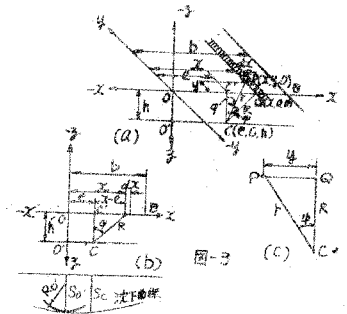
$$\Delta P = \sigma_0 dx dy, \quad \sigma_0 = \text{一定} \quad (\text{図-1 (a)})$$

2-1 沈下

(1) 式の P の代りに上記の ΔP を入れ更に (3) 式を入れて条件の範囲に積分すれば C 点における沈下 S_C を得る (図-3)。

$$S_C = \frac{3\sigma_0}{4\pi E_m} \int_b^b dx \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{r} + \frac{h^2}{r^3} \right) dy = \frac{3\sigma_0}{2\pi E_m} \left[\alpha + h \left\{ \tan^{-1} \frac{b-e}{h} + \tan^{-1} \frac{b+e}{h} \right\} \right] \quad (4)$$

こゝに α : 定値



(4) 式は沈下関数でこれを図示すれば図-3(b) の下方の沈下曲線となる。

2-2 曲率

$$\frac{d^2 S_C}{dx^2} = -\frac{3\sigma_0}{\pi E_m h} \left\{ (b-e) \left[1 + \left(\frac{b-e}{h} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} + (b+e) \left[1 + \left(\frac{b+e}{h} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \right\} \quad (5)$$

(5) 式中 $e=0$ としたものは O 点の曲率 $\frac{1}{R_0}$ に等しい。ただし便宜上今後符号を要える。

$$\frac{1}{R_0} = \frac{6\sigma_0}{\pi E_m h} \left(\frac{h}{b} \right) \left\{ 1 + \left(\frac{h}{b} \right)^2 \right\}^{-\frac{3}{2}} \quad (6) \quad \text{図-3(b) の下方の沈下曲線中に示した } R_0 \text{ がこの曲率半径である。}$$

2-3 垂直応力

図-3において点 C が点 O に一致した場合と考え、(2) 式の P の代りに ΔP と書き更に (3) 式を入れて条件の範囲に積分すれば、 O 点における垂直応力 σ_0 を得る。

$$\sigma_0 = \frac{3\sigma_0}{2\pi} \int_b^b dx \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{h}{r^5} \right) dy = \frac{2\sigma_0}{\pi} \left[\left(\frac{h}{b} \right) \left\{ 1 + \left(\frac{h}{b} \right)^2 \right\}^{-\frac{3}{2}} + \cot^{-1} \frac{h}{b} \right] \quad (7)$$

2-4 2層系に対する曲率および曲げ応力

等値厚 $h_e = h \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{1}{3}}$ (8) であるから、2層系のO'点における曲率 $\frac{1}{R_0}$ は(6)式のhの代りに(8)

式の h_e の値を書いて

$$\frac{1}{R_0} = \frac{6\sigma_0}{\pi E_m h} \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \left\{ 1 + \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \right\}^2 \dots \dots \dots (9)$$

次に曲率と曲げモーメントと曲げ応力の関係より2層系のO'点における曲げ応力 σ_0 と得る。

$$\sigma_0 = \frac{E_1 h}{R_0 \cdot 2} = \frac{3\sigma_0}{\pi} \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \left\{ 1 + \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \right\}^{-2} \dots \dots \dots (10)$$

2-5 2層系に対する垂直応力およびこう束応力

(7)式のhの代りに(8)式の h_e の値を書いて

$$\sigma_0' = \frac{2\sigma_0}{\pi} \left\{ \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \left\{ 1 + \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \right\}^{-1} + \cos^2 \frac{1}{2} \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

こう束応力 $\sigma_r = -\mu_1 \sigma_0' = -\frac{1}{2} \sigma_0'$ (12) として

$$\sigma_r = -\frac{\sigma_0}{\pi} \left\{ \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \left\{ 1 + \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \right\}^{-1} + \cos^2 \frac{1}{2} \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

2-6 2層系における最大引張応力

最大引張応力 $\sigma' = \sigma_0 + \sigma_r$ であるから、(10)式と(13)式を加え合わして

$$\sigma' = \sigma_0 F_1$$

$$F_1 = \frac{3}{\pi} \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \left\{ 1 + \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \right\}^{-2} - \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \left\{ 1 + \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \right\}^{-1} + \cos^2 \frac{1}{2} \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \right\} \dots \dots \dots (A)$$

(A)式を図表化したものが図-Aである。

3 三角形荷重

右側: $\Delta P = \sigma_0 \left(1 - \frac{x}{b} \right)$, 左側: $\Delta P = \left(1 + \frac{x}{b} \right) \sigma_0$ であるから、基本式(1)式および(2)式の

れ、他は等布荷重の場合と同様にして2層系におけるO'点の最大引張応力 σ' と得

$$\sigma' = \sigma_0 F_2$$

$$F_2 = \frac{3}{2\pi} \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \left\{ 1 + \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \right\}^{-1} - \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \left\{ 1 + \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \right\}^{-1} + \cos^2 \frac{1}{2} \left(\frac{h}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_1}{E_m} \right)^{\frac{2}{3}} \right\} \dots \dots \dots (B)$$

(B)式を図表化したものが図-Bである。

4 おわりに

4-1 非対称荷重

4-1-1 半荷重ルール

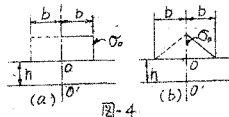


図-4

図-4の如き場合は次の半荷重ルールが成立する。

$$\left. \begin{array}{l} \text{等布荷重(a): } \sigma' = \frac{1}{2} \sigma_0 F_1, \text{ 三角形荷重(b): } \sigma' = \frac{1}{2} \sigma_0 F_2 \\ \text{こゝに } F_1: (A) \text{式または図-Aの } F_1, F_2: (B) \text{式または図-Bの } F_2 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (C)$$

4-1-2 非対称荷重の例 (図-5)

$$(a): \sigma' = \frac{1}{2} \left[P_1 F_2(b=b_1) + P_2 F_1(b=b_2) - P_3 F_2(b=b_3) \right]$$

$$(b): \sigma' = \frac{1}{2} \left[P_1 F_2(b=b_1) + P_2 F_1(b=b_2) - P_3 F_2(b=b_3) \right]$$

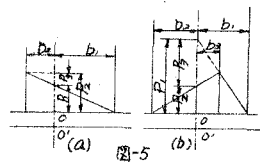


図-5

4-2 この方法の不備と特徴

不備の実は多々あるが最大のものは法覆工ののりこう配の影響が現われないことでこれは明かに不合理である。これは図-4の座標系ととりBoussinesq式と適用したことと起因するのであるが、今後理論と再検討するか実験的に補正するかの方途を講じた。

特徴とするところは、上記非対称荷重の例に示すように、波圧分布が直線的である限り如何なる形のものにも容易に適用し得る点であらう。

おわり