

室蘭工業大学 正員 能町純雄 O 尾崎 誠

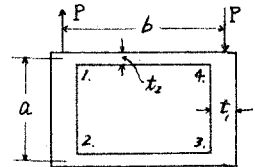
はじめに： さきに著者は、断面の変形を考慮した矩形箱桁の曲げ換りに関する理論を發表し、¹⁾ 断面の変形を考えた理論によれば、断面変形を無視した従来の理論値にくらべて、ある断面では5倍もの、そり応力が生じ、単純げ応力の±45% (死荷重などの他の荷重を考慮しない) にも相当する場合もあることを明らかにした。なお、理論式は断面の変形抵抗係数を無限大とした時、断面不変を仮定したところの Benscoter の理論式と一致し、模型実験でも、ひずみ計による測定結果が完全に理論値と合致し理論の妥当性を示した。今回はこれに加えて、桁の両端と支間中央に一ヶ所だけ隔壁を有する二軸対称矩形断面の単純箱桁をとり上げ、理論式に隔壁の抵抗力を導入して隔壁に働く力を求め、そり応力、隅角の曲げモーメントなどを隔壁の厚さを変化させて計算し、隔壁の影響を明らかにした。

理論式： 箱桁を構成している各辺材を分離して、その個々について変形と剪断力との二次元応力の関係式を設定し、矩形断面の頂点における力のつりあいと適合条件と断面の変形抵抗の条件式から誘導するものである。いま、図-1. のような断面を考えると、変位剪断公式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} T_{12} = T_{34} &= \frac{E a t_1}{6} \ddot{u} + \frac{\bar{y}_{12} - \bar{y}_{34}}{a} - \bar{z}_{12} - \bar{x}_{12} \\ T_{14} = T_{32} &= \frac{E b t_2}{6} \ddot{u} + \frac{\bar{y}_{14} - \bar{y}_{32}}{b} - \bar{z}_{14} - \bar{x}_{14} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

これに箱桁の節点における剪断流、外力などのつりあいを考えると、

$$\frac{E(a t_1 + b t_2)}{6} \ddot{u} + \frac{1}{a} \bar{P} - 2 \bar{z} - 2 \bar{x} = 0 \dots \dots \dots (2)$$



(図-1.)

となる。式中、 $\ddot{u}$ は箱の隅端における桁の軸方向の変位 $u (=u_1=u_3=-u_2=-u_4)$ を二度微分したもので、 $\bar{P}$ 、 $\bar{z} (= \bar{z}_{12} = \bar{z}_{34})$ 、 $\bar{x} (= \bar{x}_{12} = \bar{x}_{34})$ はそれぞれ、偶荷重、断面の変形抵抗力、隔壁の抵抗力を積分したものであることを示す。次に、部材の深さ方向の変位 w が個々辺部材ではどの値でも一定であると仮定すれば、

$$G a t_1 w = \frac{2 G t_1}{a} \ddot{u} + \frac{1}{a} \bar{P} - \bar{z} - \bar{x} \dots \dots \dots (3) \quad \text{となるから、断面のねじり角}$$

ϕ および断面変形角 $\Delta \phi$

$$G t_1 b \left(\dot{\phi} - \frac{\Delta \phi}{2} \right) - \frac{4 G t_1}{a} u = \frac{2}{a} \bar{P} - 2 \bar{z} - 2 \bar{x} \dots \dots \dots (4)$$

との関係を考えると、次

$$G t_2 a \left(\dot{\phi} + \frac{\Delta \phi}{2} \right) + \frac{4 G t_2}{b} u = 2 \bar{z} + 2 \bar{x} \dots \dots \dots (5)$$

式のようになる。

一方、ラーメン剛性を考えると断面の変形抵抗力 Z は断面の変形抵抗力とモーメントの関係に、たわみ角公式と節点のまわりのモーメントのつりあいから求まった結果を適用して次式のように求まる。

$$\bar{z} = G_0 \Delta \phi \dots \dots \dots (6) \quad \text{ただし、変形抵抗係数: } G_0 = \frac{2 E t_1^3 t_2^3}{a b (b t_1^3 + a t_2^3)}$$

以上の(4)、(5)、(6)式から(7)式、(2)、(6)式から(8)式の基本微分方程式が求まる。

$$G t_1 t_2 a b \Delta \ddot{\phi} + 8 G t_1 t_2 \ddot{u} = 2 G_0 (t_1 b + t_2 a) \Delta \phi + 2 (t_1 b + t_2 a) X - 2 t_2 P \dots \dots \dots (7)$$

$$E (a t_1 + b t_2) \ddot{u} + \frac{6}{a} \bar{P} - 12 G_0 \Delta \phi - 12 X = 0 \dots \dots \dots (8)$$

数値計算： $x = c$ なる位置に隔壁があり、 $x = x_0$ なる位置に単一偶荷重 P が作用する場合と計算すれば、 $\ddot{u}$ 、 $\Delta \phi$ 、 X 、 P を級数に展開して(7)、(8)式に代入し、連立に解けば、 $0 w = E \ddot{u}$ 、

$M_{12} = \frac{1}{4} a b G_0 \Delta \phi$ がそれぞれ、次のように計算される。

$$\sigma_w = \frac{12\ell P}{\pi^2(a_1t_1 + bt_2)} \sum_m \frac{m^2 + \pi H}{m^4 + 2\pi K m^2 + \pi H} \sin \frac{m\pi x_0}{\ell} \sin \frac{m\pi x}{\ell} - \frac{24\ell X}{\pi^2(a_1t_1 - bt_2)} \sum_m \frac{m^2}{m^4 + 2\pi K m^2 + \pi H} \sin \frac{m\pi c}{\ell} \sin \frac{m\pi x}{\ell} \dots (9)$$

$$M_{12} = \frac{\pi \ell P}{\pi^2 t_1} \sum_m \frac{m^2 + J}{m^4 + 2\pi K m^2 + \pi H} \sin \frac{m\pi x_0}{\ell} \sin \frac{m\pi x}{\ell} - \frac{\pi \ell (bt_1 + t_2 a) X}{\pi^2 t_1 t_2} \sum_m \frac{m^2}{m^4 + 2\pi K m^2 + \pi H} \sin \frac{m\pi c}{\ell} \sin \frac{m\pi x}{\ell} \dots (10)$$

なお、 X は、 $x=c$ において $X = G t a \phi$ なる条件から次式で表わされ、容易に計算できる。

$$X \left\{ \frac{1}{x} + \frac{4K}{\ell} \sum_m \frac{m^2 + L}{m^4 + 2\pi K m^2 + \pi H} \sin \frac{m\pi c}{\ell} \sin \frac{m\pi c}{\ell} \right\} = \frac{4\ell P}{\pi^2 a b t_1} \sum_m \frac{m^2 + J}{m^4 + 2\pi K m^2 + \pi H} \sin \frac{m\pi c}{\ell} \sin \frac{m\pi x_0}{\ell} \dots (11)$$

ただし、上記諸式中、 $\pi = \frac{G_0}{G}$ 、 $K = \frac{\ell^2 (bt_1 + at_2)}{ab t_1 t_2 \pi^2}$ 、 $H = \frac{48\ell^4}{ab(1+\nu)(at_1 + bt_2)\pi^4}$
 $F = \frac{2\ell^2 (bt_1 - at_2)}{ab t_1 t_2 \pi^2}$ 、 $J = \frac{12 t_1 \ell^2}{a(1+\nu)(at_1 + bt_2)\pi^2}$ 、 $L = \frac{2a t_2}{bt_1 + at_2} \cdot J$

諸数値を次のように考えて計算する。

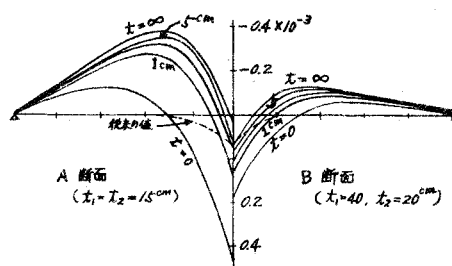
支間： $\ell = 30\text{m}$ 、桁高： $a = 150\text{cm}$ 、巾： $b = 400\text{cm}$

隔壁の厚さ： $t = 0, 1, 2, 5, \dots \infty \text{cm}$ と変化させ。

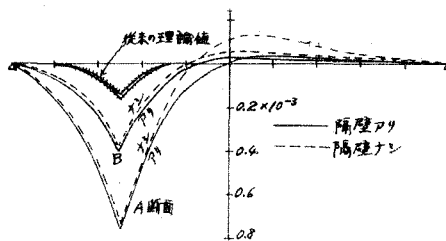
肉厚： $\begin{cases} \text{A断面の場合, } t_1 = t_2 = 15\text{cm} \\ \text{B断面の場合, } t_1 = 40\text{cm}, t_2 = 20\text{cm} \end{cases}$

これらの値によって、 σ_w 、 M_{12} の影響線を計算した。

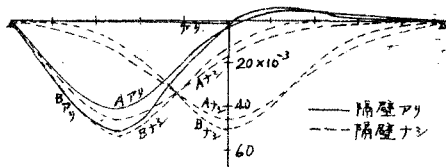
(図-2) は $x = \frac{\ell}{2}$ 点における σ_w の影響線を示した。この図では A 断面および B 断面について、それぞれ支間の左右に隔壁のない場合 ($t=0$) と $t=1\text{cm} \sim \infty$ までの隔壁を有する場合とを示してあり、実線で従来の理論値が小さくなることもつけ加えてある。(図-3) は隔壁からかなり離れた $x = \frac{\ell}{4}$ 点の σ_w の影響線を A、B 両断面について示した。隔壁のある場合と実線で、ない場合と実線で示しているが、ほぼ両者は一致し、隔壁の影響のおよぼないことを示している。また、(図-4) では $x = \frac{\ell}{2}$ 点と $x = \frac{\ell}{4}$ 点における M_{12} の影響線を同時に示した。隔壁位置では隔壁の効果が 100% 示されるため x 軸とほとんど一致してはいるが、 $\frac{\ell}{4}$ 点に離れたとほとんど隔壁の効果がないうことを示している。この効果のおよぶ距離を $x = \frac{\ell}{4} \sim \frac{\ell}{2}$ 肉の



(図-2) $\frac{\ell}{2}$ 点における σ_w の影響線



(図-3) $\frac{\ell}{4}$ 点における σ_w の影響線



(図-4) $\frac{\ell}{2}$ 点、 $\frac{\ell}{4}$ 点における M_{12} の影響線

影響線も計算し、その最大値をプロットして調べてみると、隔壁の位置から $\frac{\ell}{10}$ も離れたと効果が半減することわかった。しかもこれはどのように剛な隔壁を入れても、隔壁のない場合と大差ないことも知ることができた。

おわりに：このような断面に限って次のような結論をえた。

- 集中的に剛な(厚い)隔壁を入れても効果はない。むしろ箱桁の断面形を剛にした方がよい。
- 隔壁による効果も期待するのであれば相当密に ($\frac{\ell}{10}$ 程度) できるだけ薄い隔壁を入れるとよい。
- その限界は $\sigma_c = X/\sigma$ からわかるが、圧縮を含めて考えてもコンクリートの施工限度まで薄くできる。

参考文献：

- 1) 能町、尾崎、断面の変形を考慮した矩形箱桁の振りについて。

土木学会北海道支部研究発表会、昭41.2、技術資料第22号。