

国鉄鉄道技研 正員 生方俊夫

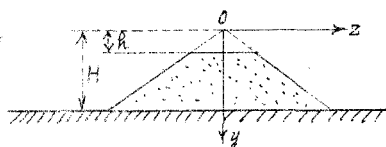
既設土とん堤の安全性を確保するには、堤体の沈下、のり面すべり出し及び心壁等よりの漏水に注意するほか、堤体の動的強度についてできるだけ情報を求めておくことが必要であると思われる。動的な強度に対しては種々困難な問題を伴うが、一応考えられることは起振機による方法^(1,2)、土とん堤における地震動調査³⁾等が挙げられる。ここでは后者の場合に関連して若干の統計的・一手法について試みた。

1. R.M.S.* 応力

地震動を受ける土とん堤の一次元モデルを考之、その運動方程式ならびに支配条件を

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + C \frac{\partial u}{\partial t} - f(t) = \frac{G}{P} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad \text{----- (1)}$$

$$u(y, 0) = \frac{\partial}{\partial z} u(z, 0) = 0 \quad ; \quad G \frac{\partial}{\partial y} u(z, t) = 0, \quad u(H, t) = 0 \quad \text{----- (2)}$$



図—1

とする。(図-1) ここに G: 剪断剛性率、P: 密度、C: 粘性係数、 $f(t)$: 地震加速度 である。

(2) の条件による (1) の解は、

$$u(y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{\alpha_n} \right) \frac{A_n}{w_n (1 - \lambda_n^2)^{1/2}} \int_0^t f(\eta) e^{-w_n \lambda_n (t - \eta)} \sin \left[w_n (1 - \lambda_n^2)^{1/2} (t - \eta) \right] d\eta \quad \text{----- (3)}$$

で与えられる。また剪断応力は、

$$\tau = - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2G}{H} \right) \frac{B_n}{w_n (1 - \lambda_n^2)^{1/2}} \int_0^t f(\eta) e^{-w_n \lambda_n (t - \eta)} \sin \left[w_n (1 - \lambda_n^2)^{1/2} (t - \eta) \right] d\eta \quad \text{----- (4)}$$

である。ここに、

$$A_n = \frac{J_0(\alpha_n y/H) N_1(\alpha_n H) - N_0(\alpha_n y/H) J_1(\alpha_n H)}{\{J_1(\alpha_n) N_1(\alpha_n H) - N_1(\alpha_n) J_1(\alpha_n H)\} - H \{J_0(\alpha_n) N_0(\alpha_n H) - N_0(\alpha_n) J_0(\alpha_n H)\}} \quad \text{----- (5)}$$

$$B_n = \frac{J_1(\alpha_n y/H) N_1(\alpha_n H) - N_1(\alpha_n y/H) J_1(\alpha_n H)}{\{J_1(\alpha_n) N_1(\alpha_n H) - N_1(\alpha_n) J_1(\alpha_n H)\} - H \{J_0(\alpha_n) N_0(\alpha_n H) - N_0(\alpha_n) J_0(\alpha_n H)\}} \quad \text{----- (6)}$$

また、 J_0, N_0 ($\nu=0, 1$) は Bessel 函数で、 $w_n = (G/P) \alpha_n^2$, $\alpha_n H = d_n$, $\lambda_n = \sqrt{2} w_n$, $H = y/H$ を表わし、 d_n は波の根である。 $J_0(d_n) N_1(d_n H) - N_0(d_n) J_1(d_n H) = 0$ ----- (7)

さて、外力としての地震動は複雑な性質のものであるから (3) (4) における $f(\eta)$ を random 性をもつと考えた方が実際のところである。ここでは次のように考えた。すなわち $f(t)$ は white noise のようにスペクトル密度 S_0 が一定で $e^{i\omega t}$ に比例するような加速度の随機的な作用⁴⁾のものと考える。しかるときは、変位及び外力に対する周波数応答係数によって与えられる。

* R.M.S. = Root Mean Square

$$H(\nu; u) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2/d_n) A_n}{p_n^2 \{1 - (\frac{\nu}{p_n})^2 + i 2\beta_n \frac{\nu}{p_n}\}} \quad \text{--- (8)}$$

また変位及び応力の R.M.S. 値は

$$H(\nu; \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2q/n) B_n}{p_n^2 \{1 - (\frac{\nu}{p_n})^2 + i 2\beta_n \frac{\nu}{p_n}\}} \quad \text{--- (9)}$$

ただし、 $p_n = \omega_n (1 - \lambda_n^2)^{1/2}$, $\beta_n = \lambda_n (1 - \lambda_n^2)^{1/2}$

$$\{\overline{u^2}\}^{1/2} = \left[\frac{S_0}{2\pi} \int_0^{\infty} |H(\nu; u)|^2 d\nu \right]^{1/2} \quad \text{--- (10)}, \quad \{\overline{\tau^2}\}^{1/2} = \left[\frac{S_0}{2\pi} \int_0^{\infty} |H(\nu; \tau)|^2 d\nu \right]^{1/2} \quad \text{--- (11)}$$

と与えられるのであるが、 β_n は小さいと考えられ、

$$\int_0^{\infty} \frac{d\nu}{[1 - (\frac{\nu}{p_n})^2]^2 + 4\beta_n^2 (\frac{\nu}{p_n})^2} = \frac{p_n}{4\beta_n} \pi \{1 + O(\beta_n^2)\}$$

さらに $|H(\nu)|^2$ に生ずる交叉項は無視できて結局次を得る。

$$\{\overline{u^2}\}^{1/2} = \left[\frac{S_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(A_n/d_n)^2}{\beta_n p_n^3} \right]^{1/2} \quad \text{--- (12)}, \quad \{\overline{\tau^2}\}^{1/2} = \left[\frac{S_0 G^2}{2H^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n^2}{\beta_n p_n^3} \right]^{1/2} \quad \text{--- (13)}$$

一方観測変位より調和解析によって未知量を決定すれば、上式より R.M.S. 応力を求めることができる。

2. 安全性判定の手法.

観測値に基づいて求められたある量が、(以下観測値と称す) それに對する許容量を超えれば、異状があると判定し、許容量以内ならば異状がないと判定するものとする。

そこで今観測可能なすべての観測値の集合を $\{Z\}$ とし、それを $\{Z_0\}$, $\{Z_1\}$ に分割し $\{Z_0\}$ に属する観測値が得られたときは H_0 (異状がないという仮説) に対して属する場合 H_1 (異状があるという仮説) と判定する。(図-2)。

ここでさらに判定の誤りによつて及ぼされる影響を考慮すれば、 $C = H_0$ が真のとき H_0 と判定する損失、 $C'' = H_1$ が真のとき H_1 と判定する損失、 $C^0 = H_0$ が真のとき H_1 と判定する損失、 $C^1 = H_1$ が真のとき H_0 と判定する損失として、全損失の期待値 $\bar{C}$ は

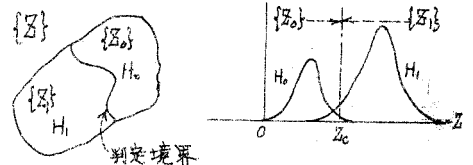


図-2

$$\bar{C} = C^0 P(0) + C^1 P(1) + \int_{\{Z_1\}} [P(0)(C^1 - C^0) f_0(z) - P(1)(C^0 - C'') f_1(z)] dz \quad \text{--- (14)}$$

と与えられる。ただし $P(0) = 0$ (異状がない) の事前確率、 $P(1) = 1$ (異状がある) の事前確率、 $f_0(z) = 0$ が起つたとき z が観測される事後確率、 $f_1(z) = 1$ が起つたとき z が観測される事後確率である。したがって、 $\{f_1(z)/f_0(z)\} > \{P(0)(C^1 - C^0)/P(1)(C^0 - C'')\}$ なる関係が成り立つならば、 H_1 と判定し、その他の場合は H_0 と判定すればよい。

(文 献)

1. Keightley, W.O., "Vibration Test of Structures." Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, Calif., (July, 1963).
2. 生方俊史: "起振機による長文土文へんの振動について" 第8回地震工学研究委員会講演概要(昭和40-10月) (附記: 全概要B34の(7)式の算符等誤り) 2つを正符号に訂正.)
3. 酒本壽三, 河上房義, 伯野元孝, 加藤行: "土ダムの地震性" 第9回地震工学研究委員会講演概要(昭和39-10月).
4. Bycroft, G.N., "White Noise Representation of Earthquake." Proc. ASCE, 86 (EM-2) April, 1960.