

京都大学防災研究所 正員 村山 朔郎

1. 押しがき 砂質土の応力・ヒズミ特性と砂粒子の移動機構と基礎として確率論的に求めようとした試みの一つである。ここでは砂に載荷と除荷とを繰り返す、つまり残留ヒズミがみられなくなつたいわゆる弾性状態にある砂の応力・ヒズミ関係を求める。砂質土中では砂粒子は互いに点において接触しあひ、粒子相互の活動接点に作用する力は、砂が乾燥あるいは飽和状態のものであれば、その粒子に作用する外圧から生じる圧力と相互移動に抵抗する摩擦力とからなる。

2. 砂粒子の活動 砂質土の軸圧縮 ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$: 主応力) とするときに、土中に生ずる巨視的にみればせん断活動面 (mobilized surface) はその面に作用する垂直応力 σ とせん断応力 τ とが $\tan^{-1}(\tau/\sigma)$ と最大にする面である。ゆえにこの活動面をなめら $(\tau/\sigma)_{\max}$ 面が主応力面となす角度は $(45^\circ + \phi/2)$ (ここに ϕ : 砂の活動化された内部摩擦角) となり、 ϕ と主応力との関係は次式で与えられる。

$$\phi = \tan^{-1}(\tau/\sigma)_{\max} = \sin^{-1}\{(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)\} \quad (1)$$

$(\tau/\sigma)_{\max}$ 面は粒子の群として活動 (相互移動) する面である。しかし個々の粒子は隣接粒子と接触しつつその表面にそつて滑動するので、個々の粒子の移動は $(\tau/\sigma)_{\max}$ 面を平均値とする不規則な方向に動くこととなる。また各個の粒子の活動接点に作用する力と接点ごとには異なりまうものである。いまある1個の粒子 (たとえば図-1の影線とつけた粒子) に注目すれば、この粒子の滑動接点 (この例では点A) にはA,B接点外の隣接粒子を通じて $(f_n)_i$ と (ここに i は個々の粒子を示す記号) という力。力 $(f_n)_i$ が $(\tau/\sigma)_{\max}$ 面の法線となす角を $(\beta)_i$ とする。 τ が増大するにつれて $(\beta)_i$ が増加するので、点Bの接触圧はそれにつれて減少し、ついに粒子は点Aのみで接しつつ隣接粒子面上を滑動するに至る。粒子の活動面の $(\tau/\sigma)_{\max}$ 面となす角度を $(\theta)_i$ とする。粒子間の摩擦角を δ とすれば、粒子が相互に活動するための条件は、

$$(\beta)_i - \delta > (\theta)_i, \text{ または } (\theta)_i - (\beta)_i + \delta = \gamma < 0 \quad (2)$$

砂粒子は、砂質土単位面積中に n 個あるとし、各粒子上には σ によつて発生される力 $(f_n)_i$, τ によつて生ずる力 $(f_s)_i$ とする。また $\sigma/n = f_n$, $\tau/n = f_s$ とし、 f_n, f_s の方向はそれぞれ σ, τ の方向と一致するものとする。 f_n と f_s の合力が $(\tau/\sigma)_{\max}$ 面の法線となす角を β とすれば、(1)式より、

$$\beta = \tan^{-1}(f_s/f_n) = \tan^{-1}(\tau/\sigma)_{\max} = \phi \quad (3)$$

n が十分に大きく、かつ砂質土の状態が均質であれば、 $(\beta)_i$ は β を中心に1/2その前後に均等に分布していると仮定しても大差がないであろう。ゆえに $(\beta)_i$ の平均値を β , $(\theta)_i$ の平均値を θ と

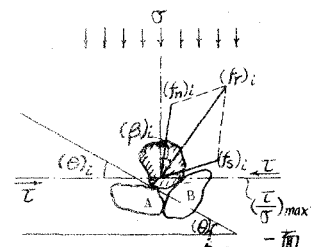


図-1

ある、すなわち β , θ は、

$$\beta = \sum (\beta)_i / n, \quad \theta = \sum (\theta)_i / n \quad (4)$$

いま変数 $(\beta)_i - \delta$, $(\theta)_i$ の分布とそれぞれ $\beta - \delta$, θ を平均値, ρ_1, ρ_2 を標準偏差とする正規確率分布関数 (N を示す) であらわされたとすれば、

$$f\{(\beta)_i - \delta\} = N\{(\beta - \delta), \rho_1^2\} \quad (5)$$

$$\varphi\{(\theta)_i\} = N(\theta, \rho_2^2) \quad (6)$$

ゆえに粒子の活動化する確率 P は、(5), (6) 式に (2) 式の条件と入れて解き、次式を得る。

$$P = \int_{-\infty}^{-\alpha/\rho} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cdot dx \equiv F\left(-\frac{\alpha}{\rho}\right) \quad (7)$$

$$\text{ここに,} \quad \alpha = \theta - \beta + \delta, \quad \rho = \sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2}, \quad t = (y - \alpha)/\rho$$

砂質土に均等な圧力を加えたときの P を P_0 とすれば、 P_0 は (7) 式に $\beta = 0$ を代入して求められる。弾性状態にある砂中での粒子の移動は、砂の変形挙動が可逆的であるから、活動接点の移動範囲は1粒子の間にあると考えられる。1回の活動による移動距離を平均的に m とし、この活動が $(\tau\delta)_{\max}$ 面にその砂質土のせん断ヒズミ γ_0 に等する値と $C\lambda/d$ (d : 粒子の平均粒径, C : 等価係数) とすれば、砂質土に生ずる最大せん断ヒズミ γ は、

$$\gamma = \gamma_0 / \cos \beta = A \cdot N \cdot (P - P_0), \quad A = C\lambda/d \quad (8)$$

3. 砂質土の応力-変形特性

(7) 式で示される正規分布関数の累積分布曲線 P をここでは計算の便宜から次式の P_n で示される正弦曲線で近似させたが、両曲線の近似度は図-2 に示すようである。

$$P \equiv F(-\alpha/\rho) \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{-\alpha}{2}\right) \equiv P_n \quad (9)$$

さらに主応力比から決定される β を τ_{oct}/σ_m (τ_{oct} : 八面体応力、 σ_m : 平均主応力) で示すように、(8) 式と途中2若干の近似を行、2計算すると、 γ は次式となる。

$$\gamma = A \cdot \cos\left(\frac{\theta + \delta}{2}\right) \cdot \frac{\tau_{oct}}{\sigma_m} \quad (10)$$

(10) 式から知られるように、 γ は (τ_{oct}/σ_m) に正比例して増加するが、これは既報の実験結果ともよく一致する。これより砂質土の剛性率は σ_m に比例することとなる。また θ は砂粒子が活動する際、 σ に抗して上昇する斜面の傾斜角であり、 δ は粒子間の表面摩擦角であるから、 $(\theta + \delta)$ は砂のせん断変形に抵抗するみかけの内部抵抗を示す。砂粒子が互にかみ合うほど θ は大であるから、よく締固められた砂ほど θ は大きい。 $\cos(\theta + \delta/2)$ は $(\theta + \delta)$ が増加するほど減少するから、(10) 式に示すようにせん断ヒズミは $(\theta + \delta)$ とともに減少する。

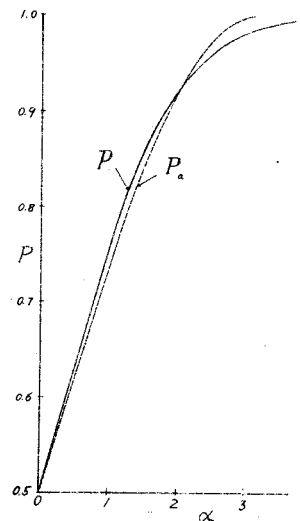


図-2