

京都大学工学部 正員 ○松尾 稔
京都大学大学院 学生員 駒田智久
運輸省 正員 高橋通夫

はじめに；土を連続した弾性体あるいは塑性体として考える従来の一般的な方法には基本的に多くの問題がある。本研究では不連続体である砂層に着目し、モンテカルロ法の手法によって、その粒度分布から間隙比の分布を求め、これより砂層を構成し、このモデル化した砂層に対して応力の伝達、砂層の変形を考えることによって、上記の問題に対するアプローチを試みたものである。

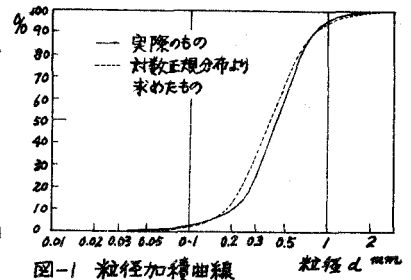


図-1 粒径加積曲線

モデル砂層の構成；ここに使用した砂試料の粒径加積曲線を図-1に示す。これに基づき粒子数に関する粒径加積曲線を求めると図-2のようになる。この図-2のたて軸に乱数を対応させ、ある乱数 R_i に対する粒径 d_i なる砂粒を取り出し、これを図-3のように区分された小さな体積に有する要素の中に順次投入していく。ある条件に達すれば次の要素に移るというふうにしてモデル砂層を作りあげるものとする。

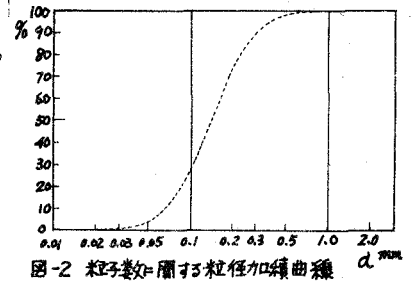


図-2 粒子数に関する粒径加積曲線

この手順には種々のあつかい問題点がある。たとえば砂層を図-3のような小立方体の集合と考えること自体問題であろうし、また要素への粒子の投入をどのような条件でもって中止して次の要素に移るかも問題であり、さらに根本的には実際砂層の形成過程と照し合せた場合、図-2のたて軸に与える乱数の性質が重要な問題となる。しかし現在はこのような方法での土質力学へのアプローチの可否を検討する段階であるので、ここでは考えやすいように、また計算しやすいように思い切って単純化して考えていくことにする。

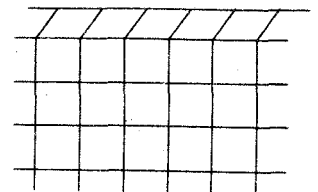


図-3 モデル砂層

さて上の手順をもう少し詳しく述べる。土の粒度分布が対数正規分布と比較的よく合うことは知られているが、今回われわれの用いた砂試料も対数正規確率紙にプロットすると図-4のようになり、対数正規分布としてよいと考えられる。これを式で表わすと(1)式に、さらにこれに基づき粒子数に関する粒径加積曲線図-2を式で表わすと(2)式のようになる。ここでは各砂粒の比重は一定であり、図-1における粒径 d の砂粒の重量は平均的にみて、直径 d の球の体積に比重を乗ずることにより表わせるものとしている。また最初の試みとして計算の簡単化のため対数正規分布としているだけで、原則的にはどのような分布形

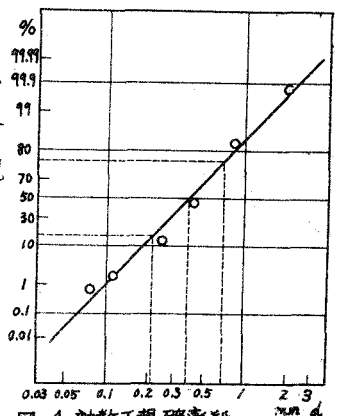


図-4 対数正規確率紙

をしていても計算は可能である。

$$f(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma d} \exp\left\{-\frac{(\ln d - \mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (1)$$

$$R(d) = \int_a^d \frac{1}{d^4} \exp\left\{-\frac{(\ln d - \mu)^2}{2\sigma^2}\right\} d(d) / \int_a^b \frac{1}{d^4} \exp\left\{-\frac{(\ln d - \mu)^2}{2\sigma^2}\right\} d(d) = \Phi(D) - \Phi(A) / \Phi(B) - \Phi(A) \quad (2)$$

二に、 μ , σ は母平均、母標準偏差であり、その近似値は図-4 から求められる。また、

$$\Phi(D) = \int_0^D \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi, \quad D = 3\sigma - \frac{\mu}{\sigma} + \frac{\ln d}{\sigma} \quad (d=a \text{ のとき } D=A, \quad d=b \text{ のとき } D=B)$$

であり、 a , b はそれぞれ水砂粒の最小および最大粒径である。実際の計算にあたっては $a=0$, $b=\infty$ 、すなわち $\Phi(A)=0$, $\Phi(B)=1$ とした。 $a=0$, $b=\infty$ とすることは実際の粒径の範囲をこえた粒径をもつ粒子の存在を認めることになるが、そうすることによる誤差は非常に小さいので上のようにおいてもよいことになる。そこで $R(d)=0.005, 0.015, 0.025, \dots, 0.985, 0.995$ に対し $00, 01, 02, \dots, 98, 99$ の一様乱数 R_i を対応させ、シミュレーターを用いて順次砂粒を抽出した。(一様乱数使用の是非は今後の問題である。) なお (1), (2) 式を用いて逆算した粒径加積曲線は図-1, 図-2 に点線で併記してある。

つぎにこうして抽出した砂粒を図-3 における体積 v_i の要素の中に投入することになる。投入した砂粒の全体積を U_s とすると、間けき比 e は

$$e = \frac{U - U_s}{U_s} = \frac{U}{U_s} - 1 \quad (3)$$

で表わせる。もし v_i および投入粒子の数 N を非常に小さくすると、 e の値としては $0 \sim \infty$ の範囲をとりうるわけであるが、一挙にこのように砂粒 1 つ、2 つを対象とした微視的な取扱いから出発することは非常にむずかしい。そこで最初の試みとして、もう少し巨視的な取扱いをすることにして、一定の v_i に対し、 e の値が妥当と考えられる範囲内にあさまるよう N を考慮することにした。すなわち v_i を一定とした場合、 $e_{\min}$ は U_s が最大 のときに、また $e_{\max}$ は U_s が最小のときに生ずる。すなわち、

$$\frac{U_{s \max}}{U_{s \min}} = \frac{e_{\max} + 1}{e_{\min} + 1} \quad (4)$$

となる。いま、 N を一定とすることにして、たとえば (2) 式より抽出した砂粒をもとに $N=10$ とし、 $e_{\min}$ として仮に 0.1 ぐらいを規定すると、 $e_{\max}$ は 38 程度の大きな値となってしまう。砂粒が宙に浮いているというような力学的に容認しがたい結果になってしまう。このような試行をくり返し、結局投入粒子数 N として 100 を採用し、これの挙動は砂粒の形状その他にかかわらず平均的に取扱えるものとした(投入粒子数を一定にすることも非常に問題であり、将来もっと妥当な他の方法を考える必

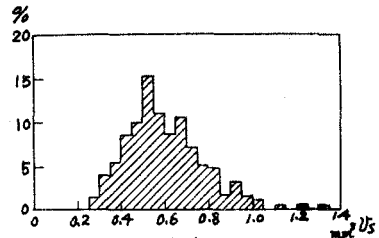


図-5 砂粒の全体積 U_s の度数分布

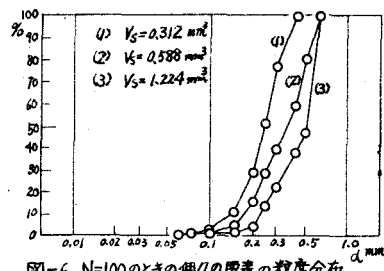


図-6 $N=100$ のときの個々の要素の程度分布

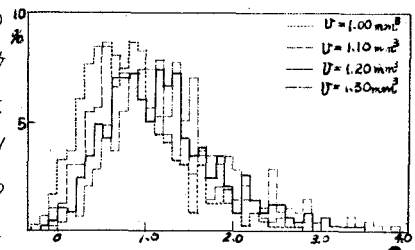


図-7 4 種類 U_s に対する e の度数分布

要が生ずるであろう)。N=100とした場合の U の度数分布は図-5のようであり、また100個単位の個々の要素の粒度分布はたとえば図-6のようにかなり異なる。さてかくして求めた U を用い $U=1.0, 1.1, 1.2, 1.3 \text{ mm}$ に対して e を計算し、これの度数分布を示したのが図-7である。砂粒100個程度に対し実際に可能な e の範囲を知ることができないので、 U としてどのような値をとるのが妥当なのかを考慮するところであるが、これらの度数分布を考慮して $U=1.2 \text{ mm}$ を採用した。なお、今回の計算に用いた砂試料の粒度を種々変化させ、内径32mm、高さ32mmの円筒容器を用いて e を測定したところ、最小0.52、最大1.33程度であった。

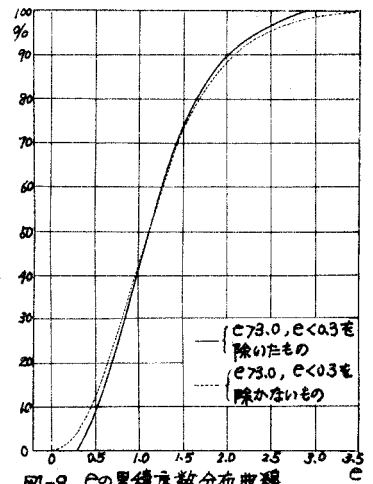


図-8 e の累積度数分布曲線

砂粒を順次抽出してある要素の中に投入し、100個になると次の要素に移るといふようにしてモデル砂層を作りあげることは、結局数多くの U をもとに間けき比の分布を求め、この分布からまったく任意に e を抽出して各要素に対応させ、砂層を構成することと同じである。図-7の $U=1.2 \text{ mm}$ に対するものから e に関する累積度数分布曲線を求めたものが図-8の点線の曲線であり、全体の約5.5%を占める $e < 0.3, e > 3.0$ は実際問題として存在しないであろうと考え、これを省いて描いたのが実線の曲線である。この実曲線を用い、砂粒の抽出の場合と同様に e に軸に2桁の一樣乱数に対応させ、順次 e を抽出して各要素に割当て、図-3のような、水平方向に26要素、鉛直方向に5要素配列した、横約27mm、たて約5mmの小さい2次元的なモデル砂層を25個作った。

応力の伝達；応力の伝達をどのように考えるかが、この種のアプローチも含めて土質力学のもっとも困難な問題である。沈下や破壊現象をうまく説明できるように応力の伝達機構をシミュレートすることを1つの目標としているが、現在はこの方向での試行にとりかかったばかりである。

今回は鉛直応力のみを考えることにする。応力の伝達を考える場合、最小限2つのことを考慮しなければならない。1つは位置的な効果、すなわち間けき比の大小にはかわりなく荷重直下には多くの応力が伝達されるであろうし、外方の部分には少ししか伝わりないという事実。つぎに間けき比の大小によって伝達応力の大きさは変わってくるだろう、すなわちよく締まっているほどよく応力は伝わるであろうということである。まずはじめに図-9の要素(i)に作用した荷重 P は、要素(i)、(i±1)、(i±2)にのみ伝達可能であると仮定する。 P_i に関しては、 e_i が小さいほど、また $(e_{i-1}+e_{i+1})$ が大きいほど大になると考えてよいと思われ、簡単のため次のように仮定することにする。

$$P_i = -\frac{A}{e_{i-1} + e_{i+1}} + \frac{B}{e_i} + C \quad (5)$$

このA, B, Cを(i) $(e_{i-1} + e_{i+1}) = 2e_{\max}$ のとき、 $e_i = e_{\min}$ で $P_i = P_{i\max}$, (ii) $(e_{i-1} + e_{i+1}) = 2e_{\min}$ のとき、 $e_i = e_{\max}$ で $P_i = P_{i\min}$, (iii) $e_{i-1} = e_i = e_{i+1}$ のとき P_i/P の値は常に同じである、という仮定のもとにきめると、

$$P_i = \frac{P_{i\max} - P_{i\min}}{\frac{1}{e_{\min}} - \frac{1}{e_{\max}}} \left(\frac{1}{2e_i} - \frac{1}{e_{i-1} + e_{i+1}} \right) + \frac{P_{i\max} + P_{i\min}}{2} \quad (6)$$

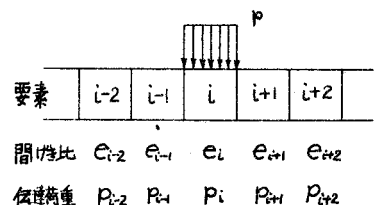


図-9 応力の伝達

つぎに $P_{i\pm 1}$, $P_{i\pm 2}$ について考える。 $P_{i\pm 1} + P_{i\pm 2}$ 、すなわち要素 $(i\pm 1)$, $(i\pm 2)$ に伝達される荷重は e_{i+1} , e_{i-1} に左右され、そのうち f 割が $P_{i\pm 1}$ となり、 $(1-f)$ 割が $P_{i\pm 2}$ になるとすれば、

$$P_{i\pm 1} = \frac{e_{i\mp 1}}{e_{i\pm 1} + e_{i\mp 1}} f (p - p_i) \quad P_{i\pm 2} = \frac{e_{i\mp 1}}{e_{i\pm 1} + e_{i\mp 1}} (1-f) (p - p_i) \quad (7)$$

となる。上式の f はいわば位置的効果を反映させるための係数であるが、これ自体 $e_{i\pm 1}$, $e_{i\pm 2}$ に関係するに相違ない。そこで1つの試みとして次のように置いてみる。

$$f = \frac{\frac{1}{e_{i\pm 1}}}{\frac{1}{e_{i\pm 1}} + \frac{1}{\alpha e_{i\pm 2}}} = \frac{\alpha e_{i\pm 2}}{e_{i\pm 1} + \alpha e_{i\pm 2}} \quad (8)$$

このようにすると α は位置的効果を与える係数となる。

さて従来の測定結果なども参照して、 R の最大、最小をそれぞれ $R_{max} = 0.8P$, $R_{min} = 0.4P$, また $\alpha = 4$ (これは $e_{i\pm 1} =$

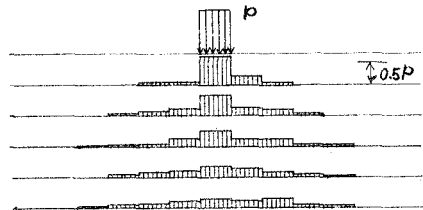


図-10 伝達される応力の分布

$e_{i\pm 2}$ のとき80%が要素 $(i\pm 1)$ に、20%が要素 $(i\pm 2)$ に伝わることを意味する)として、図-3地表中央の要素に単位等分布荷重が作用した場合の応力をシミュレーターにより計算してみた。計算例を図-10に示す。この結果では全般にやや中央直下に応力が集中しすぎるように思える。以上変位を合理的に考慮することなく応力の伝達を考えている点に根本的な問題があることはいうまでもない。

沈下量の計算；多くの無理な点はあるがまず最初の試みとして、各要素内の砂は伝達された鉛直応力に対して1次的に圧縮されるものとして計算してみることにした。各要素の圧縮量の鉛直方向の総和が地表の沈下量であるとする。

さて別個に砂の1次元圧縮試験により、たとえば図-11のような種々の初期間げき比 e_0 における $e \sim p$ 関係を準備しておく。この場合たとえ同じ e_0 を有していても粒度、粒形等が異なれば当然 $e \sim p$ 関係も異なることが予想されるが、今回はこの影響を無視することにする。また実際の試験では e_0 として0.55 ~ 1.35程度の供試体しか作製できないので、その他の場合については、2, 3の整理に基づき適当に外挿した。

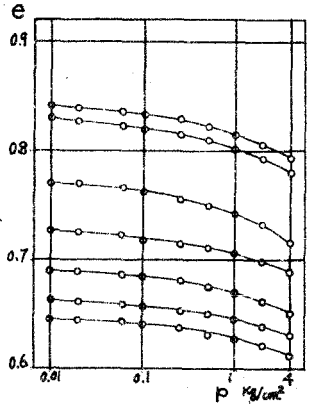


図-11 $e \sim p$ 関係

モデル砂層構成一とき各要素の初期間げき比は既知であり、これら5の要素に前述の応力が伝達された場合、図-11に基づいて間げき比の減少量を計算し、沈下量を算出した。この計算例を示すと図-12のようである。応力は中央に集中するにもかかわらず沈下は中央から外れてもかなり大きい。これは計算上小さな応力増加でも間げき比が大きい場合には大きな圧縮量を示すからである。

以上試みているアアローチのやり方と都合のよいように単純化した2, 3の計算の結果を示した。

終りにこの研究を行なうにあたり、常に重要な示唆と多くの適切な御教示、御助言をいただいている本学佐木組助教授に心からの謝意を表する次第である。

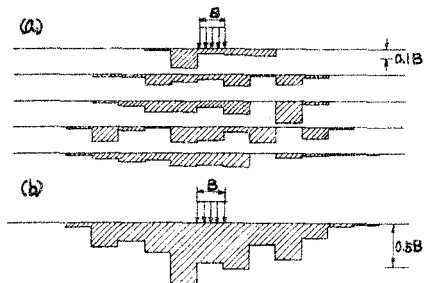


図-12 沈下量 (a) 各層の圧縮量 (b) 全沈下量