

III-4 地盤凍結工法における準定常解について

精研冷機株式会社 正員 高志 勤

まえがき

従来の地盤凍結工法では先づ凍結しようとする地盤に何等かの方法で冷却管を挿入し、これを冷却して、所定の領域を凍結してから掘削構築を行つたが、冷却管が掘削範囲内に入ってくる場合には掘削構築作業が著しく困難になる。本報告は上記難点を避けるために、作業室そのものを冷却することによって掘削速度と凍結面進行速度が等しくなるような準定常解の存在することを示し、冷却管を必要としない地盤凍結工法の可能性を示唆するものである。

§1 定常解の存在 (1次元問題)

今文1図の如く無限の広がりをもつ等方均質の地盤中に冷却面C'がx方向に $U[m/s]$ で移動する場合、凍結面F'も同じ速度で移動し、観測者が U という速度移動しながら土中の温度を観測する場合に、温度分布が移動坐標系上で定常となるような解が存在するかどうかを調べよう。先づ固定座標系では、熱伝導方程式は

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t} = K_1 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} \quad (C' < x < F') \quad \text{--- (1.1)} \quad \frac{\partial \theta_2}{\partial t} = K_2 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2} \quad (F' < x < \infty) \quad \text{--- (1.2)}$$

である。ここに θ_1, θ_2 は夫々凍結土、未凍結土内の温度分布、 K_1, K_2 は凍結土、未凍結土の温度伝播率である。tは時間xは固定座標上の位置である。そこで観測者が U なる速度でx方向に移動するとして、

$$\xi = x - Ut \quad \text{--- (1.3)}$$

なる坐標変換を行う。これより $\frac{\partial \xi}{\partial x} = 1$ $\frac{\partial \xi}{\partial t} = -U$ だから

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} = -U \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \quad \text{--- (1.4)}$$

となる。これらの関係(1.1), (1.2)に入れると、

$$-U \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} = K_1 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi^2} \quad (C' < \xi < F') \quad \text{--- (1.5)} \quad -U \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} = K_2 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \xi^2} \quad (F' < \xi < \infty) \quad \text{--- (1.6)}$$

を得る。今もし定常解が存在するとすれば $\frac{\partial \theta_1}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial \theta_2}{\partial t} = 0$ とならねばならぬから上式は

$$K_1 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi^2} + U \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} = 0 \quad (C' < \xi < F') \quad \text{--- (1.7)} \quad K_2 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \xi^2} + U \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} = 0 \quad (F' < \xi < \infty) \quad \text{--- (1.8)}$$

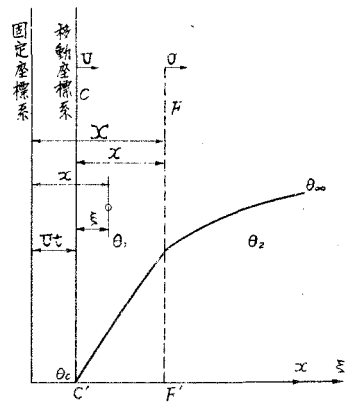
となる。ここに θ_1, θ_2 は共に ξ のみの関数であるから上の偏微分方程式は常微分方程式と考えることができる。さてこの方程式の一般解は $\theta = e^{-p\xi}$ とおくことによつて直ちに $p = \frac{U}{2k}$ であることがわかるから

$$\theta_1 = A e^{-\frac{U}{2K_1}\xi} + B \quad (C' < \xi < F') \quad \text{--- (1.9)} \quad \theta_2 = C e^{-\frac{U}{2K_2}\xi} + D \quad (F' < \xi < \infty) \quad \text{--- (1.10)}$$

を得る。これらの式の中A, B, C, D. の4つ未知定数は境界条件より決定する。

さて境界条件としては先づC'C'面即ち $\xi=0$ の面で冷却面温度とならなければならぬこと、次に凍結面 $\xi=X$ では $\theta_1 = \theta_2$ にならなければならぬこと、無限遠では $\theta_2 = \theta_\infty$ とならなければならぬから次の4つの条件が満足されなければならぬ。

$$\xi=0 \quad \text{で} \quad \theta_1 = \theta_c \quad \xi=X \quad \text{で} \quad \theta_1 = \theta_2 \quad \xi=\infty \quad \text{で} \quad \theta_2 = \theta_\infty \quad \text{--- (1.11)}$$



第1図

さて4つの未知数 A, B, C, D について、上の独立した境界条件は4つあるので、解くことができる。途中の演算を省略して結果を書くと次のようになる。

$$\theta_1 = \theta_c \frac{e^{-\frac{F}{L\xi}} - e^{-\frac{F'}{L\xi}}}{1 - e^{-\frac{F}{L\xi}}} \quad (C' < \xi < F') \dots (1.12) \quad \theta_2 = \theta_\infty \frac{e^{-\frac{F}{L\xi}} - e^{-\frac{F'}{L\xi}}}{e^{-\frac{F}{L\xi}}} \quad (F < \xi < \infty) \dots (1.13)$$

以上で一見問題は解けたかに見えるが、実は(1.12), (1.13)式は凍結面 FF' に於ける熱流の平衡関係を満足させなければならない。その関係は固定座標系で次の式を満足しなければならない。

$$\left[k_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} - k_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial x} \right]_{x=X} = L \rho_i \frac{\partial X}{\partial t} \quad \dots (1.14)$$

ここに k_1, k_2 はそれぞれ凍結土と未凍結土の熱伝導率、 X は固定座標系からみた凍結面の位置、 L は凍結潜熱 $[\text{Kcal/kg}]$ 、 ρ_i は凍土の比重 $[\text{kg/m}^3]$ である。(1.14)式と(1.13)(1.14)の関係を用いて移動座標系に移すと、

$$\left[k_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} - k_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \right]_{\xi=X} = L \rho_i \left(\frac{\partial X}{\partial t} + U \right) \quad \dots (1.15)$$

となるが先の定常解の仮定より $\frac{\partial X}{\partial t} = 0$ であるから

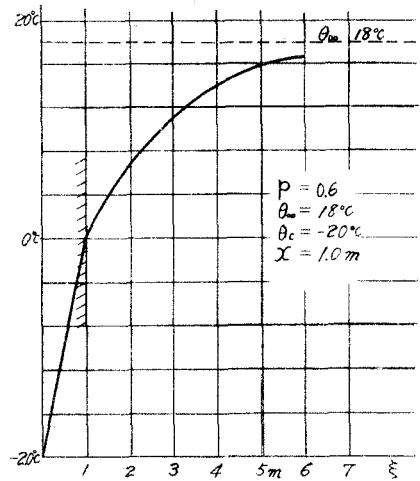
$$\left[k_1 \frac{d\theta_1}{d\xi} - k_2 \frac{d\theta_2}{d\xi} \right]_{\xi=X} = L \rho_i U \quad \dots (1.16)$$

を得る。そこで(1.12)(1.13)の関係と(1.16)式に入れて計算を遂行した結果

$$UX = K_1 \log \left(1 - \frac{k_1 \theta_c K_2}{L \rho_i K_1 K_2 + k_2 \theta_\infty K_1} \right) \quad \dots (1.17)$$

となる。この式は掘削速度(移動速度) U と凍結層の厚み X の相関関係を示す式である。云々換えるとこ

の関係と満足させえれば準定常解が存在し、その温度分布は(1.12)(1.13)式となることを示している。これを現実問題に合はせて解釈すると、今先づ凍結層の必要強度から凍結層の必要厚み X が決まると、掘削速度 U は(1.17)式より決定する。そこで若しこの U よりおそい速度で掘削を行えば安全で長時間には、その速度に対して(1.17)式が成立する凍結層厚みで平衡に達する。逆に其速度よりも大きい速度で掘削すれば凍結層はうすくなり非安全側で平衡に達する。又この図はこの方法によつて計算した温度分布の一例で、容積含水率0.6、の飽水土の場合凍結層厚み1m、 $\theta_\infty = 18^\circ\text{C}$ 、 $\theta_c = -20^\circ\text{C}$ として計算した。この場合の温度の影響範囲は掘削面より約8.0mであることがわかる。



第2図

この図は容積含水率の異なる三種類の飽水土について UX の値を計算したものである。主軸に UX の値を、横軸に冷却面温度(作業室内温度)と採つてある。冷却面温度がこの図の範囲には掘削速度は小さいが、冷却を液体窒素で行う場合には非常に大きい掘削速度が得られる可能性があることを示している。

§2 熱負荷

冷却面の単位面積をりの熱負荷は

$$q = k_1 \left. \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} \quad \dots (2.1)$$

であるが、これに(1.12)式と代入して整理すると、

$$q = \frac{U}{K_1 K_2} (L p, K_1 K_2 - k_1 K_2 \theta_c + k_2 K_1 \theta_{\infty}) \quad \text{---(2.2)}$$

が得られる。この式より判ることは、土の性質(L, p, k_1, k_2, K_1, K_2)及び冷却計画($\theta_{\infty}, \theta_c$)が決まると熱負荷 q は掘削速度 U に正比例することである。尚(2.2)式より計算した熱負荷と、非定常平板凍結の同じ凍結厚みの場合の熱負荷を比較すると、前者の方が約6%大きいことがわかった。

§ 3 凍結効率

凍結効率 η_f は、土を凍結するには必要な潜熱量(q_L)を全冷却熱量(q_T)で除したものと定義される。^{文献2}

この場合の単位時間の凍結潜熱は

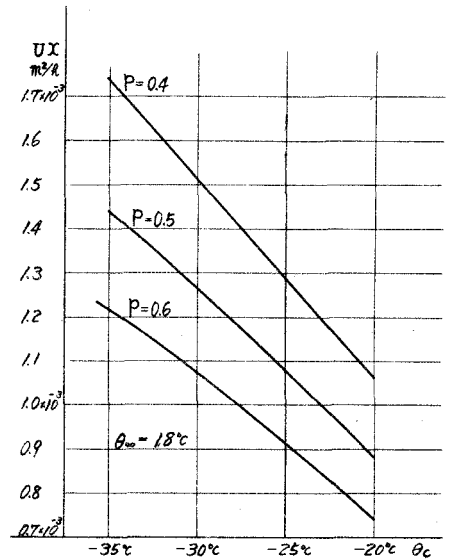
$$q_L = L p U \quad \text{---(3.1)}$$

で、全冷却熱量は(2.2)式で与えられるから、

$$\eta_f = \frac{q_L}{q_T} = \frac{L p, K_1 K_2}{L p, K_1 K_2 - k_1 K_2 \theta_c + k_2 K_1 \theta_{\infty}} \quad \text{---(3.2)}$$

となる。この式より凍結効率は掘削速度又は凍結厚み

X に無関係であることがわかる。而も一定の地盤を凍結掘削する場合について考えると、変数 $\theta_c, \theta_{\infty}$ は(3.2)式の分母だけに含まれる。従って今 θ_{∞} だけを変えたと考えると、 η_f は $\theta_{\infty} = 0$ のとき最大となり θ_{∞} が大きくなるにつれて小さくなる。一方 θ_c のみが変数と考えると、 $\theta_c < 0$ であるから θ_c が低い程凍結効率は小さくなり $\theta_c = 0$ のとき最大となる。従って $\theta_{\infty} = \theta_c = 0^\circ\text{C}$ のとき η_f は最大となり其値は100%となる。



第3図

- 文献1. 高志勤 和田正八郎 土壤凍結工法について 冷凍 36巻 408号 p1~15 1961
 文献2. 高志勤 地盤凍結工法 [V] 冷凍 40巻 456号 p1~7 1965