

室蘭工業大学 正員 森田健造

管網の流量計算は従来主として管網を構成する各管路の長さ、延長及び流速係数を与えて各管路の流量を求める方法が行われ、筆者も先般これについて発表したが、ここでは節点（すなわち各流入出点及び分岐流量等）の所要水頭高（総水頭高＋所要水圧）が与えられた場合に、これを満足する管径を求める方法についてのべる。

平均流速公式として Hagen-Williams 公式を用いると流量を求める式は、 $q = 35.882 \times 10^{-10} C I^{0.54} D^{2.63}$ ----- (1)
 (1)式で q : 流量 (m^3/sec), D : 管の内径 (m), C : 流速係数, $I = \frac{h}{l}$ は動水勾配で h は水圧面の標高差と云ふ管網中で $h_1 = H_{01} - H_{02}$, l : 管長 (m)

いま D を m で表わすように換算すると
 $q = 35.882 \times 10^{-10} C I^{0.54} D^{2.63}$
 また q を l/sec とし普通用いられるように
 $C = 100$ と採用すると

$q = 35.882 \times 10^{-10} \left(\frac{h}{l} \right)^{0.54} D^{2.63}$ ----- (2)
 (2)式で既知数 $35.882 \times 10^{-10} \left(\frac{h}{l} \right)^{0.54} = \alpha$ とおき、
 また D の指数を n とおくと

$q = \alpha D^{2.63} = \alpha D^n$ ----- (3)
 管径の変化（すなわち補正值）を δ とすると、 $(D + \delta)$ に対する流量 Q は (3) から

$$Q = \alpha (D + \delta)^n = \alpha \left\{ D^n + n D^{n-1} \delta + \frac{n(n-1)}{2!} D^{n-2} \delta^2 + \dots \right\}$$

$$(2) \text{ 式より項以下を省略すると } Q \div \alpha D^n + n \alpha D^{n-1} \delta = q + n \frac{\alpha D^n}{D} \delta = q + n \frac{q}{D} \delta$$

以上 (3) の管網図を例にとると各節点の条件式は

$$\left. \begin{aligned} (1), \quad Q_1 + Q_2 = Q_{01} \text{ より, } (q_1 + n \frac{q_1}{D_1} \delta_1) + (q_2 + n \frac{q_2}{D_2} \delta_2) &= Q_{01} & \therefore n \left(\frac{q_1}{D_1} \delta_1 + \frac{q_2}{D_2} \delta_2 \right) &= Q_{01} - q_1 - q_2 = u(1), \\ (2), \quad Q_4 + Q_5 = Q_1 \text{ より, } (q_4 + n \frac{q_4}{D_4} \delta_4) + (q_5 + n \frac{q_5}{D_5} \delta_5) &= q_1 + n \frac{q_1}{D_1} \delta_1 & \therefore n \left(\frac{q_4}{D_4} \delta_4 + \frac{q_5}{D_5} \delta_5 - \frac{q_1}{D_1} \delta_1 \right) &= q_1 - q_4 - q_5 = u(2), \\ \text{以下同様にして} \\ (3), \quad n \left(\frac{q_6}{D_6} \delta_6 - \frac{q_5}{D_5} \delta_5 \right) &= q_5 - q_6 = u(3), \\ (4), \quad n \left(\frac{q_7}{D_7} \delta_7 - \frac{q_6}{D_6} \delta_6 - \frac{q_2}{D_2} \delta_2 \right) &= q_2 - q_7 - q_6 = u(4), \\ (5), \quad n \left(\frac{q_7}{D_7} \delta_7 - \frac{q_3}{D_3} \delta_3 - \frac{q_4}{D_4} \delta_4 \right) &= q_3 + q_4 - q_7 = u(5), \\ (6), \quad n \left(\frac{q_8}{D_8} \delta_8 + \frac{q_{11}}{D_{11}} \delta_{11} - \frac{q_7}{D_7} \delta_7 \right) &= q_7 - q_8 - q_{11} = u(6), \\ (7), \quad n \left(\frac{q_9}{D_9} \delta_9 - \frac{q_8}{D_8} \delta_8 - \frac{q_{10}}{D_{10}} \delta_{10} \right) &= q_8 + q_{10} - q_9 = u(7), \\ (8), \quad n \left(\frac{q_{10}}{D_{10}} \delta_{10} - \frac{q_9}{D_9} \delta_9 \right) &= q_9 - q_{10} - Q(8) = u(8), \\ (9), \quad n \left(\frac{q_{12}}{D_{12}} \delta_{12} - \frac{q_{10}}{D_{10}} \delta_{10} - \frac{q_{11}}{D_{11}} \delta_{11} \right) &= q_{10} + q_{11} - q_{12} = u(9), \\ (10), \quad n \left(-\frac{q_{12}}{D_{12}} \delta_{12} - \frac{q_{13}}{D_{13}} \delta_{13} \right) &= q_{12} + q_{13} - Q(10) = u(10), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(4) の条件式に対する各コリレート（すなわち各節点に対する各コリレート）を順次 $K_0 \sim K_{10}$ とし、最小二乗法の原理により $W = [PQ^2] - 2K_0 \left\{ n \left(\frac{q_1}{D_1} \delta_1 + \frac{q_2}{D_2} \delta_2 \right) - u(1) \right\} - 2K_{10} \left\{ n \left(\frac{q_{12}}{D_{12}} \delta_{12} - \frac{q_{13}}{D_{13}} \delta_{13} \right) - u(10) \right\}$

 $- 2K_{(10)} \left\{ n \left(-\frac{q_{12}}{D_{12}} \delta_{12} - \frac{q_{13}}{D_{13}} \delta_{13} \right) - u(10) \right\}$ と最小とするために $\frac{\partial W}{\partial \delta_i} = 0$ (ただし $i = 1, 2, \dots, 13$) を求め、これを K 重みとして $q_i = \frac{q_i}{D_i}$ を代入すると、

管径の補正值は

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= n(K_{(1)} - K_{(2)}), & \delta_2 &= n(K_{(1)} - K_{(4)}), & \delta_3 &= n(K_{(4)} - K_{(5)}), & \delta_4 &= n(K_{(2)} - K_{(5)}), \\ \delta_5 &= n(K_{(2)} - K_{(7)}), & \delta_6 &= n(K_{(2)} - K_{(7)}), & \delta_7 &= n(K_{(3)} - K_{(6)}), & \delta_8 &= n(K_{(4)} - K_{(7)}), \\ \delta_9 &= n(K_{(2)} - K_{(8)}), & \delta_{10} &= n(K_{(2)} - K_{(9)}), & \delta_{11} &= n(K_{(4)} - K_{(9)}), & \delta_{12} &= n(K_{(7)} - K_{(10)}), \\ \delta_{13} &= n(K_{(7)} - K_{(10)}), \end{aligned} \right\} [5]$$

[5]を更に[4]の条件式に代入するとコリレート正規方程式が求められる、この式のコリレート係数を援き出して配列すると表-1 のようになる。

表-1 (コリレート正規方程式)

種別	左										右
	$K_{(1)}$	$K_{(2)}$	$K_{(3)}$	$K_{(4)}$	$K_{(5)}$	$K_{(6)}$	$K_{(7)}$	$K_{(8)}$	$K_{(9)}$	$K_{(10)}$	
(1)	$\frac{K_1 + K_2}{B}$	$-\frac{K_1}{B}$		$-\frac{K_1}{B}$							$\frac{K_{(1)}}{n^2}$
(2)	$-\frac{K_1}{B}$	$\frac{K_1 + K_2 + K_3}{B}$	$-\frac{K_2}{B}$		$-\frac{K_2}{B}$						$\frac{K_{(2)}}{n^2}$
(3)		$-\frac{K_2}{B}$	$\frac{K_2 + K_3}{B}$				$-\frac{K_3}{B}$				$\frac{K_{(3)}}{n^2}$
(4)	$-\frac{K_1}{B}$			$\frac{K_1 + K_2 + K_3}{B}$	$-\frac{K_3}{B}$			$-\frac{K_3}{B}$			$\frac{K_{(4)}}{n^2}$
(5)		$-\frac{K_2}{B}$		$-\frac{K_2}{B}$	$\frac{K_2 + K_3 + K_4}{B}$	$-\frac{K_4}{B}$					$\frac{K_{(5)}}{n^2}$
(6)				$-\frac{K_3}{B}$	$\frac{K_3 + K_4 + K_5}{B}$	$-\frac{K_5}{B}$			$-\frac{K_5}{B}$		$\frac{K_{(6)}}{n^2}$
(7)			$-\frac{K_2}{B}$			$-\frac{K_3}{B}$	$\frac{K_2 + K_3 + K_4}{B}$			$-\frac{K_4}{B}$	$\frac{K_{(7)}}{n^2}$
(8)				$-\frac{K_3}{B}$				$\frac{K_3 + K_4 + K_5}{B}$	$-\frac{K_5}{B}$		$\frac{K_{(8)}}{n^2}$
(9)						$-\frac{K_4}{B}$		$-\frac{K_5}{B}$	$\frac{K_4 + K_5 + K_6}{B}$	$-\frac{K_6}{B}$	$\frac{K_{(9)}}{n^2}$
(10)							$-\frac{K_5}{B}$		$-\frac{K_6}{B}$	$\frac{K_5 + K_6 + K_7}{B}$	$\frac{K_{(10)}}{n^2}$

この表-1 から $K_{(1)} \sim K_{(10)}$ を求め[6]式に代入すると $\delta_1 \sim \delta_{13}$ が求められるから、修正値は $(D + \delta)$ になる。この $(D + \delta)$ より δ を求めて $K_{(1)} \sim K_{(10)}$ を検し、 $K_{(1)} \sim K_{(10)}$ が許容限度に達するまで操作を繰返すことになる(表-2参照)。

なお表-1のコリレート正規方程式及び[6]の補正值を求める式は、上記のように一定の計算手続きで導いたが、これらの式を検討するとそれと一定の規則正しい法則に従っているから、その性質を利用して式の作製は図上を参照しながら機械的に行われる。すなわち

コリレート正規方程式は各節英に1箇づつ成立し、これらの各式には、その節英のコリレートとその節英に連絡する管路の他端の節英コリレートが存在し、前者のコリレートに対する係数はその節英に集まる管路の $\frac{1}{B}$ の和(ただし正号)で方程式全体としては左肩からの対角線係数となり、後者のコリレートの係数はその節英に連絡する管路の $\frac{1}{B}$ (ただし負号)で対角線係数を軸にして対称に配列される。

また管径の補正值 δ を求める[5]式は、これを一般化すると
求める管路の管径の補正值 $\delta = n \{ (\text{求める管路の高水圧端英の節英コリレート}) - (\text{求める管路の低水圧端英の節英コリレート}) \}$

前の管網図と以上の方法で計算すると各等値管径は表-2 のようになる。

表-2 (管網図に対する計算表)

種別	既知数	仮定値	第1次修正	第2次修正の結果									
節点	管径	l	h	α	D	δ	K	δ	K	δ	Q	δ	Q
(1)	1	150	3	433024	250	87.71	1243	-5.35	246.18	12.67	-1.04	243.11	81.67
	2	120	3	488533	250	99.16		+17.59	247.51	118.18	-0.21	247.30	118.23
					$W_0 = +1273$		$W_0 = -1.17$		$W_0 = 0$				
(2)	1	150	3	433024	250	87.71		-5.35	246.18	12.67	-1.04	243.11	81.67
	4	120	10	936560	150	43.79	+1983	-2.26	147.14	44.63	-0.83	146.31	44.73
	5	250	16	812210	150	43.79		-10.75	137.25	36.35	-0.71	136.54	36.75
					$W_0 = -4.65$		$W_0 = -0.39$		$W_0 = -0.01$				
(3)	5	250	16	812210	150	43.79	+5070	-10.75	137.25	36.35	-0.71	136.54	36.75
	6	120	4	570240	150	30.22		+8.80	152.80	35.11	-0.63	152.17	35.74
					$W_0 = +1277$		$W_0 = +2.24$		$W_0 = 0$				
(4)	2	120	3	488533	250	99.16		+12.57	247.51	118.18	-0.21	247.30	118.23
	3	150	10	830130	150	43.79	-1930	-25.71	124.37	24.00	-1.47	122.90	25.87
	9	180	10	762230	200	84.87		+7.62	207.62	73.14	-0.79	206.83	73.47
					$W_0 = -2966$		$W_0 = -1.86$		$W_0 = -0.01$				
(5)	3	150	10	830130	150	43.79		-25.71	124.37	24.00	-1.47	122.90	25.87
	4	120	10	936560	150	43.79	+1344	-2.26	147.14	44.63	-0.83	146.31	44.73
	7	100	6	724180	200	84.87		-14.38	186.62	72.71	-0.60	186.02	72.97
					$W_0 = +5.05$		$W_0 = +1.72$		$W_0 = +0.01$				
(6)	7	180	6	724180	200	84.87		-14.38	186.62	72.71	-0.60	186.02	72.97
	8	150	4	570240	150	26.74	+1710	+14.67	164.67	24.66	-0.79	163.88	25.22
	11	180	4	453410	150	24.28		+32.34	182.34	102.88	-0.15	182.19	102.99
					$W_0 = +37.40$		$W_0 = -2.13$		$W_0 = -0.02$				
(7)	6	120	4	570240	150	30.22		+8.80	152.80	35.11	-0.63	152.17	35.74
	8	150	4	570240	150	26.74	+1224	+14.67	164.67	24.66	-0.79	163.88	25.22
	12	180	4	453410	200	51.74		+24.78	224.78	70.32	-0.13	224.65	70.57
					$W_0 = +5.27$		$W_0 = -0.75$		$W_0 = -0.01$				
(8)	9	180	10	762230	200	84.87		+7.62	207.62	73.14	-0.79	206.83	73.47
	10	250	10	627840	150	33.24	-1820	-15.36	134.64	25.11	-0.34	134.30	25.50
					$W_0 = -17.48$		$W_0 = -0.46$		$W_0 = -0.03$				
(9)	10	250	10	627840	150	33.24		-15.36	134.64	25.11	-0.34	134.30	25.50
	11	180	4	453410	150	24.28	-4780	-17.34	182.34	102.88	-0.15	182.19	102.99
	13	150	4	570240	200	57.10		+7.07	207.07	72.38	-0.18	206.89	72.63
					$W_0 = +0.53$		$W_0 = +3.10$		$W_0 = +0.06$				
(10)	13	150	4	570240	200	57.10		+7.07	207.07	72.38	-0.18	206.89	72.63
	12	180	4	453410	200	51.74	-7624	-24.78	224.78	70.32	-0.13	224.65	70.57
					$W_0 = -22.16$		$W_0 = +1.70$		$W_0 = +0.01$				

注、 l と h の単位は m 、 D と δ の単位は mm 、 g と W の単位は kg 、 $C=100$ にて計算。

つぎの表-3は表-2の等値管を、これに最も近い規格管に置換した値である。

表-3 (等値管と規格管の置換)

管 路	等値管		規 格 管		管 路	等値管		規 格 管					
	D	l	D	l		D	l	D	l				
1	243.11	150	200	148	350	139.2	8	163.90	150	150	99.9	200	70.2
2	247.38	120	250	62.5	300	59.5	9	206.63	180	200	137.4	250	49.6
3	122.65	150	100	9.2	125	44.8	10	131.30	250	125	118.4	150	96.6
4	146.71	120	125	8.7	150	11.3	11	198.49	180	150	40.2	200	139.8
5	138.24	250	125	83.7	150	166.3	12	222.62	180	200	63.0	250	111.0
6	158.17	120	150	83.3	200	36.7	13	206.91	150	200	114.8	250	35.2
7	186.70	100	150	141	200	86.9	單位及 D: mm, l: m						

単位は D は mm 、 l は m 、

注1) 管網の流量計算について、

全上、
全上 (第2報)、
管網流量計算の方法について、

土木学会第12回年次学術講演会、(昭和32年): 森田健造

室蘭工業大学研究報告第2巻第3号(全上): 全上

全上第5巻第1号(昭和40年): 全上

日本水道協会第16回全国水道研究発表会(全上): 全上