

東京大学工学部 正員 嶋 祐之
 東京大学大学院 学生員 ○玉井伸佳

1° 多孔媒体の中を通過する流れは平均的には一様であっても、媒体粒子及び空隙の不規則な配列により微視的な流れは無秩序な軌跡をとる。従って、流体中に含まれる物質には分散が生じる。地下に侵入する楔状の塩水に対して、その形状を考慮して塩分の分散を考察する。

2° 多孔媒体中の空隙の配列は完全に無秩序とし、流体粒子の運動は空隙の幾何形状のみに支配され他の部分の運動の影響を受けないと仮定する。与えられた場所と時間に存在する流体粒子の確率 $\psi(x, t)$ は、微小間隔で非常に大きくなれば Gaussian である。溶質の分子拡散が無視でき、溶質は流体粒子のみにより運ばれると考えれば、濃度は流体粒子の存在確率に比例する。

無限に広がっている媒体の中における1様な2次元の流れの場合において、流れの方向は x 軸に平行を保ちつゝ時間 t の間の流速が u であったとする。 (x_0, y_0) 点に濃度 C_0 の溶液を投入したとき、流れの方向に $L = \sum u_i t_i$ だけ離れた点 $(x_0 + L, y_0)$ の近傍の (x, y) 点における濃度は¹⁾

$$C(x, y; x_0, y_0) = \frac{C_0}{2\pi \sigma_x \sigma_y} \exp \left\{ -\frac{[x - (x_0 + L)]^2}{2\sigma_x^2} - \frac{[y - y_0]^2}{2\sigma_y^2} \right\} dx_0 dy_0, \quad (1)$$

である。こゝに σ_x, σ_y は x, y 方向の分散の標準偏差と次式で定義する^{1), 2)}

$$\sigma_x = \sqrt{2 D_x L}, \quad \sigma_y = \sqrt{2 D_y L} \quad (2)$$

D_x, D_y はそれぞれ流れの方向及びそれに直角方向の分散定数であり、媒体の性質のみに依存し次元は $[L]$ である。これは解析的な方法における拡散係数を $D_{xx} = D_x u$, $D_{yy} = D_y u$ と取ったことに相当する。

3° 境界面が流れの方向に角度 α を成し一様に進行する場合を考える。このとき (x, y) 点の濃度は次式で与えられる。¹⁾

$$\frac{C(x, y)}{C_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{(x - L) \tan \alpha + y}{[2(\sigma_x^2 \tan^2 \alpha + \sigma_y^2)]^{1/2}} \right\}. \quad (3)$$

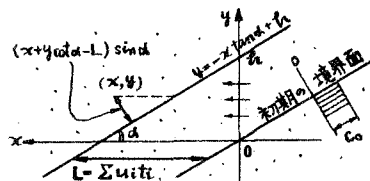


図-1 流れに対し傾いた境界面の進行

4° 侵入する塩水楔の形状は図-2の如く三角形で近似し、 y_i は不動とする。侵入する流れは x 軸に平行であるとし、また流入する塩水の流出速度は塩水楔の速度に比し小であり、分散した塩分はこれにより変化さうけないと仮定する。2°, 3° では媒体は無限に広がっているという前提に立つが、実験の場合には水槽壁面の影響を考慮する必要がある。水平な底の影響を考慮する場合には垂直方向の $\text{flux} = 0$ であるから、ポテンシャル流れの場合 $(x, -w)$ にもう一つの点源があると考え $y=0$ における底に垂直な flux の影響を打消すようにさせる。従って、底面からの影響を考えなければいけない領域では、この鏡像からの濃度寄与を足し合わせて考える。塩水楔の先端が L だけ進行したとき、高さ w の点での進行距離は

$$f(w) = (y_i - w) L / y_i \quad (4)$$

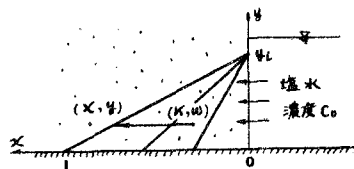


図-2 侵入する塩水層の形状の近似

であり高さにより進行距離が異なる。従って標準偏差が ω の函数である。数値計算を行なうに際しては分散定数 D_L , D_H の値を決めてやる必要がある。 $D_L=0.1\text{ cm}$ とし、 $D_L/D_H=10$ とする。観測点として $(x,y)=(30,5), (70,5)$ の2点を選んだ。このとき $L=100\text{ cm}$ で $\sigma_y=1.4\text{ cm}$ であり、実質的には $3\sigma_y$ までしか影響は及ばないから、 $y=5$ の場合には鏡像を考慮しない。

よって $x \leq 0$ の領域が濃度 C_0 の溶液で満たされている場合次の置換を行なえば (x,y) 点の濃度は(6)式で示される。

$$\xi = (-K + x - f(\omega)) / (4D_L f(\omega))^{1/2}, \quad (5)$$

$$\frac{C(x,y)}{C_0} = \int_0^\infty \frac{\exp\left\{-\frac{(y-\omega)^2}{4D_H f(\omega)}\right\}}{\pi (4D_H f(\omega))^{1/2}} d\omega \int_{\frac{x-f(\omega)}{(4D_L f(\omega))^{1/2}}}^{\frac{x}{(4D_L f(\omega))^{1/2}}} \exp(-\xi^2) d\xi. \quad (6)$$

$y=25.0$ とし ω , ξ に関する積分区間を大々50 stepに分けて(6)式の数値計算を行なった。積分公式は台形公式とし、本学のOKITAC 5090を使用した。

5° 式(3)と式(6)を用いて計算した結果を図-3, 図-4に示す。式(3)に依る方が積分領域が大であるので測点 $(30,5), (70,5)$ のいずれにおいても分散域が大きい。同一の濃度を測点に与える場合の $y=5$ の線上での境界面の x 座標値と測点のそれとの差は、式(3)と式(6)の結果では大約15%のずれがあり、これは測点の x 座標値には関係しないようである。

また図-5には式(6)の計算結果を用いて、測点と境界面との垂直距離による濃度変化を掲げる。楔の侵入に伴ない境界面と x 軸の成す角度が減少するので、境界面に沿う分散は段々‘流れと直角方向への分散’の性質を帯び、この方向の分散定数が小なので一次元解析に比し分散域は段々減少する。これは図-5から明らかで、この例では $(70,5)$ の測点の分散域は $(30,5)$ の測点におけるよりも小さくなっている。

計算に当たり東洋大学 萩原国宏氏の助言を得た。ここに記し謝意を表する。

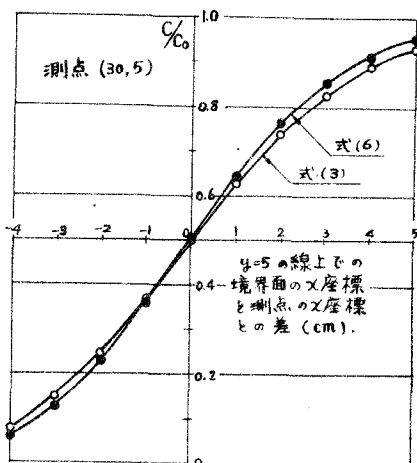


図-3 測点 $(30,5)$ における濃度変化

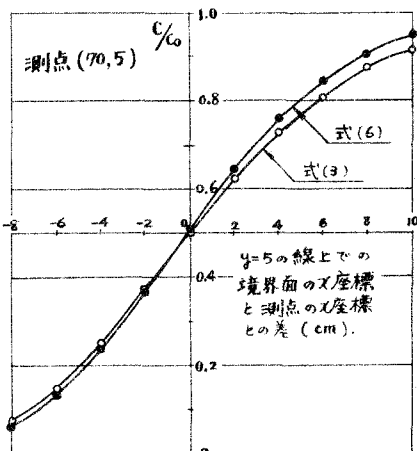


図-4 測点 $(70,5)$ における濃度変化

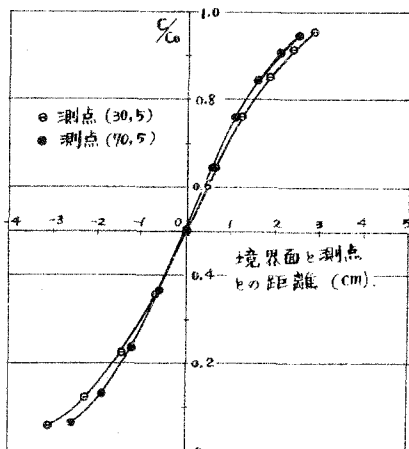


図-5 境界面と測点との距離に対する濃度変化

- 1) Bear, J.: On the Tensor Form of Dispersion in Porous Media, *Jour. Geophys. Res.*, Vol. 66, No. 4, Apr. 1961.
- 2) de Gosselin de Jong, G.: Longitudinal and Transverse Diffusion in Granular Deposits, *Trans. American Geophys. Union*, Vol. 39, No. 1, Feb. 1958.
- 3) Bear, J.: Some Experiments in Dispersion, *Jour. Geophys. Res.*, Vol. 66, No. 8, Aug. 1961.