

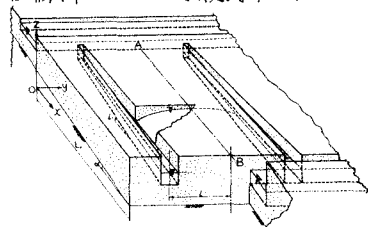
京都大学防災研究所 正員 大橋 行三

河川周辺の地下水位変動を予知する問題のうち、とくに扇状地に散在する中小排水河川が地下水流動におよぼす「しぼり出し効果」を考慮した場合の自由地下水の平面解析法について検討する。

1. 理論 図1に示すような単純モデル領域を考える。

定常流基礎方程式は次式となる。ここに、 $z: z(x, y)$ 水位

$$(1) \dots \begin{cases} \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial y} = 0 & q_x: x \text{ 方向の単位幅流量} \\ q_x = -Kz(\alpha - \frac{\partial z}{\partial x}) & q_y: y \text{ 方向の単位幅流量} \\ q_y = -Kz(\frac{\partial z}{\partial y}) & K: \text{透水係数, } \alpha: \text{不透水層の配置} \end{cases}$$



いま、(1)式を直接解く代りにつぎのような近似解法を導く。

図-1. 領域のモデル表示。

x 方向の流れを Longitudinal flow, y 方向の流れを Lateral flow と呼ぶ。Longitudinal flow について、 $Q_y = \int_0^B q_y dy$ 、また排水路への単位流出量を p とすると方程式は次式を得る。

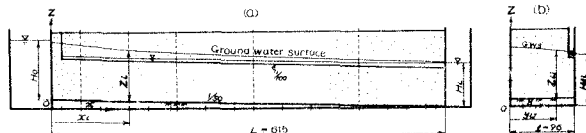


図-2. 実験装置の縦断面図 (unit: cm)

$$(2) \dots \begin{cases} \frac{dQ_y}{dx} = p \\ Q_y = -Kz(\alpha - \frac{dz}{dx}) \end{cases} \quad (3) \dots \begin{cases} x=0, z=H_0 \\ x=L, z=H_L \end{cases}$$

$$(4) \dots z_x^2 = H_0^2 + (H_L^2 - H_0^2)f(ax) + P_{mi} \{x - L + f(ax)\}$$

$$f(ax) = \frac{(e^{ax} - 1)}{(e^{aL} - 1)}, P_{mi} = \frac{p}{K}, a = \alpha/b$$

(3)の条件を用い、 $z^2 = F$ の変換と非線型項 $\sqrt{F} = D$ による線型化後、Laplace変換より(2)の解は(4)となる。ここで、図1のAB断面に接した x 方向の単位断面について、 P_{mi} を決定する。この量は負の

Recharge要素と考えることができる。 $p = p(x)$ のとき P_{mi} は P_{mi} とし、(4)式が P_{mi} のとき同型とする。

図2(b)に示す Lateral flow は、 x 長の P_{mi} を決定する関係式を与える。すなわち、 $p'_i = \int_0^B (q_{yi} - q_{xi}) dy$ によって、 p' を与えれば、Lateral flow 断面の Longitudinal flow の効果を Recharge 要素として考えることができる。Lateral flow の方程式と解は次式となる。

$$(5) \dots \begin{cases} \frac{dQ_y}{dy} = p'_i \\ Q_y = -Kz(\alpha - \frac{dz}{dy}) \end{cases} \quad (6) \dots \begin{cases} y_i = 0, \frac{dz}{dy} = 0 \\ y_i = b_i, z = H_{ei} \end{cases}$$

$$(8) \dots z_{xi} = z_{yi} |_{y=0}$$

$$(9) \dots P'_{mi} = C_i P_{mi}, \quad C_i \leq 0$$

$$(7) \dots z_{xi}^2 = H_{ei}^2 + P'_{mi} (l^2 - y_i^2)/2, \quad P'_{mi} = 2p'/K$$

(4)と(7)式から P_{mi} を求めると(10)式を得る。

$$(10) \dots P_{mi} = \frac{\alpha \{H_0^2 + (H_L^2 - H_0^2)f(ax_i) - H_{ei}^2\}}{\{a^2 C_i/2 - [x_i - L + f(ax_i)]\} \{ \frac{a^2}{2} (x_i - L) - N(x) \}}$$

$$M_i(x) = H_0^2 + (H_L^2 - H_0^2)f(ax_i), \quad H(x) = H_{ei}$$

$$C(x) = C_i, \quad N(x) = x_i - L + f(ax_i), \quad M(x) = M_i(x) - H(x)$$

2. C の決定 まず $C_i = \text{Const}$ ($0 < x < L$) とし C の近似値を求めるため次式のごとくとする。

$$(11) \dots q_{yi} = -Kz_{xi} \frac{\partial z_{xi}}{\partial y_i} \Big|_{y=y_i} = \frac{aKz_{xi}}{4} C_i \frac{\{M_i(x) - H(x)\}}{\{ \frac{a^2}{2} (x_i - L) - N(x) \}}$$

$$(12) \dots Q_{yi} = \int_{y_i}^B q_{yi} dy$$

$$(13) \dots q_{xi} = -Kz_{xi} \frac{\partial z_{xi}}{\partial x_i} \Big|_{x=x_i}$$

(12)式は後述の実験値と対比のため示す。つきに C_i を決定する関係式として(9),(11),(13)式より次式の仮定をとる。

(14)式より導いた $C(x)$ の方程式は、一般表示すると次式となる。

$$(14) \dots \frac{P_{mi}}{P_{mi}} = \frac{1}{C_i} = \frac{q_{xi}}{q_{yi}}$$

$$(15) \dots S(x)C' + T(x)C^3 + U(x)C^2 + V(x)C + W(x) = 0$$

$$S(x) \equiv NM, \quad T(x) \equiv \frac{a^2 x^2}{2} M, \quad U(x) \equiv (MN - \frac{a^2}{2} M'), \quad V(x) \equiv [NM' - MN'] + \frac{a^2}{2} (NM' + MN'), \quad W(x) \equiv -\frac{2NM'}{a^2}$$

3. 実験 1) 装置 図2の装置では横幅が狭いため、平面モデルとして最適条件を揃えているとはいえないが、地下水位分布など妥当な結果が得られたので、実験の検証資料として使用できる。砂槽は図に示す。排水路模型は幅2.5cm高さ20cm長さ605cm、片面透水性。地下水位はマノメーターで水路水位はポイントゲージで測定した。試料砂はびわ湖細砂($d_{max}=2mm$, $d_{50}=0.285mm$, $d_{10}=0.16mm$)。透水係数 $= 0.024 \text{ cm/sec}$ 。

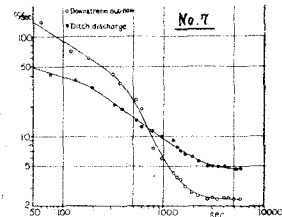


図-3 流出量の時間変化

- 2) 実験条件
- $$(16) \begin{cases} t=0, 0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq l, z=H_0=H_c=H_{c0} \\ t>0, x=0, z=H_0, x=L, z=H_c-h, y_1=0, \partial z/\partial y_1=0, y_2=l, z=H_c-h' \end{cases}$$
- 右、左は水位変化量を示す。

または、定常状態から再出発する。定常状態は流量、水位とも図-3.7に示すように60分後に得られるとみなす。

3) 実験特性 上流側に気泡貯留などにより流入損失現象がある。 H_{c0} より高い浸み突をもつ。

4) 結果 $z(x,0)$ と H_{c0} の水位分布の一例を図-5に示す。非定常水位分布を図-7に示す。

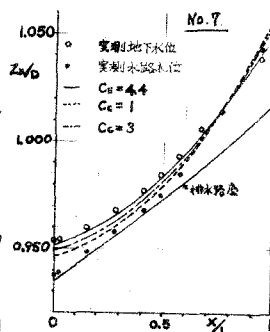


図-5 $z(x,0)$ 水位分布(理論, 実験値)

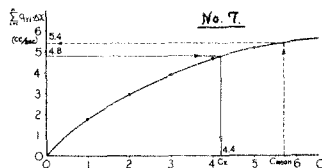


図-4 (12)式の数値解と C_c, Q_{re} の比較

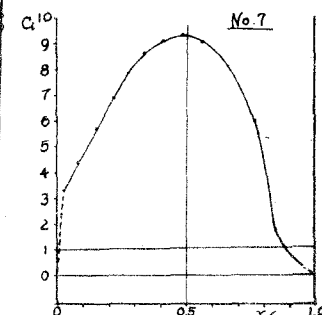


図-6 C_c (粗解) の分布

4. 検討 1) C の値 (12)式を用いた C_c の場合、数値計算により $C_c \sim Q_{re}$ の曲線(図4)を求めて、実測流量(図3)から C_c を推定すると No.7(表1)は $C_c=4.4$ となる。この C_c を用い $z(x,0)$ の水位を計算すると図-5の曲線となる($C_c=1,3$ 参照)。また、

(15)式の粗解による C_c は図-6のような分布をする。 P_{m0} は図-8の分布となる。 C の値は C_c より推定したが、実用的には C_c 分布の平均値を用いても水位の近似はよい(15)式は数値計算により近似できる) C は排水路のせき上げが大きい程大である(表1)。(10)式は $x=0$ で $C=0$ とすると発散する(図8)。 $H_{c0} > H_c$ の C の検討が不十分で、

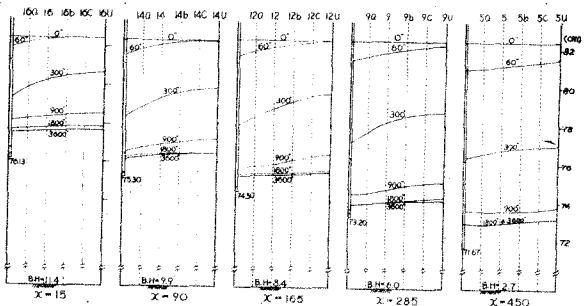


図-7 No. 7 の横断水位分布の時間的変化

2) $H_{c0} > H_c$ の間数型を近似する必要がある。
3) P_{m0} 排水路への流出量分布と類似と考えられるが定性的傾向を示すであらう。

5. 結び (11)式の近似解として、本理論は数式の変換過程にまだ問題点を残しているが(連続式関係) C_c によって $z(x,0)$ の水位分布の近似がよい一致をみるので幾分検討して、解析的近似法を見出したい。また、平面水位分布の検討が不十分である。

表1. 実験諸元

No.	H_0	H_c	$a\%$	C_c
7	65.97	72.40	28.91	4.4
8	66.80	76.00	28.01	4.6
9	66.12	73.27	28.67	2.45
11	71.30	81.40	26.09	6.9
12	70.15	78.15	28.97	6.55
13	68.60	75.00	27.86	5.2
14	68.15	71.10	28.93	4.95
15	68.10	75.15	28.73	

$L=58.5, I=46, D=(d_{50}+1)/2$, unit: cm

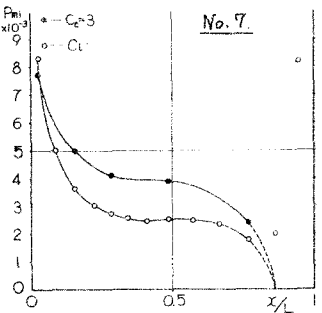


図-8 C_c と C_c による P_{m0} の分布