Ⅱ－106　水力弾性振動の数値実験への試み

電力中央研究所　正員　日野　幹雄

1)　最近は流体力学全般にわたって研究が活発であり[1)]，水理学においても対象範囲や手法が拡大されて来ている。水力弾性の問題も比較的最近問題とされて来た分野であろう。一方，電子計算機の性能の向上につれて，それの利用法も拡張されて来ており，なんらの仮定・省略や係数を導入せずに基礎方程式を厳密に解こうとする方法が盛んになりつつある。こうした方法に対して computational physics という名称が与えられている。

この研究は Navier-Stokes 方程式と物体(ゲート)の振動方程式を厳密に解いて，水力弾性振動での渦の作用，渦と物体との相関（いわゆる frequency locking, sychronigation）などを解明しようとする試みである。

2)　N-S方程式と連続の式から圧力 p を消去し，流れ関数 ψ と渦度 ω に関する方程式をうる。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t}+\frac{\partial \psi}{\partial y}\cdot\frac{\partial \omega}{\partial x}-\frac{\partial \psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial \omega}{\partial y}=\nu\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}\right) \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}=-\omega \tag{2}$$

一方，圧力 p については次式が成り立つ。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}=4\left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y}\right)^2\right] \tag{3}$$

また，ゲートの変位はゲート底面の downpull を式(3)，ゲート側面のせん断力を(1)(2)から求めて

$$\ddot{\eta}+c\dot{\eta}+k\eta=P \tag{4}$$

を解けば良い。

境界条件のうち，普通の場合と異るのはゲート側面に沿って $v=-\partial\psi/\partial x=\partial\eta/\partial t$ であることおよびゲート底面では $-\partial\psi/\partial x=\partial\eta/\partial t$ による流線の剥離が生ずる点である。また，圧力の境界条件は

$$\partial p/\partial s=-\mu\,\partial\omega/\partial n \qquad \partial p/\partial n=\mu\,\partial\omega/\partial n \tag{5}$$

である。上式の前者から壁面上の p をもとめ，これと内部点の p から iteration のさいの境界値を後者の式から求める。

以上の諸式を差分式とし，次頁のフロー・チャートに従って，流れの場・ゲートの変位を各時間ステップ毎に求める。

①　$t=(n-2)\Delta t$ と $t=(n-1)\Delta t$ の ω, ψ, p の値から $t=n\Delta t$ のこれらの第1近似値を外挿により求める。

②　式(1)より Liebmann法による iteration で ω_{ij}^n を求める。收束誤差の判定は $\mathrm{Max}\,|(\omega_{ij}^n)_{k+1}-(\omega_{ij}^n)_k| \le h^3$ で行う。（h：格子間隔）

③　式(2)より②で求められた ω を用いて，ψ_{ij}^n を求める。

④　境界線上の ω^n を②で求められた ψ^n から定める。もし，①での外挿値と異れば，②～④の計算

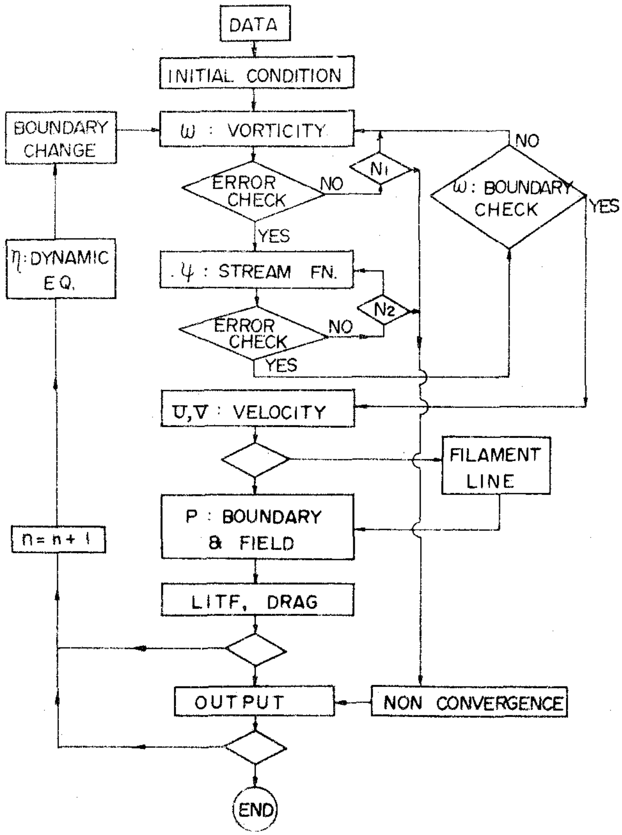
を繰り返す。

⑤ iteration には内部点，境界点の平滑化を行って収束度を早める。Liebmann の加速係数を用いる。(しかし，第一近似値の近似度が高いので，実際は加速しない方が収束が早かった。)

⑥ ある時間ステップの ω, ψ が求まれば，式(3)(5)により p を求める。

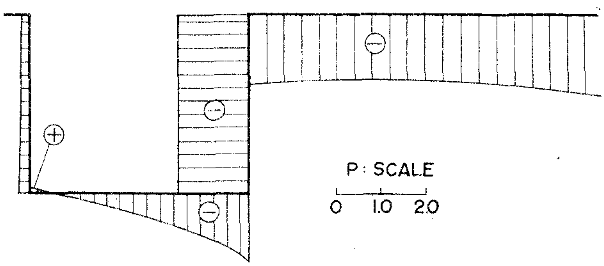
⑦ downpull を求め，式(4)によりゲートの変位を解く。

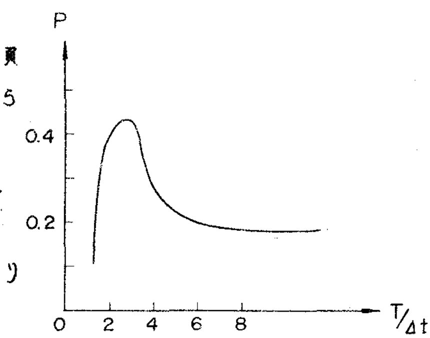
⑧ ゲートの変位による境界の変化を考慮した上，$t=(n+1)\Delta t$ について ①～⑦計算を行う。



3] 水路高を 1 として 1/8 幅の格子で全領域を (8×42) mesh に分割する。$\nu=0$ としてのポテンシャル流として初期条件を求め，$t>0$ で粘性を考える。各時間ステップの iteration の平均回数は ω で 9 回，ψ は 10～1 回，p は初めの数ステップは 90 回，以後 1 回であり，収束度はかなり早かった。

右図は，Re = 100 の場合のゲート面の圧力分布でゲートの底面や背後にかなりの負圧が生ずることが示されている。下図はゲートに働く downpull の時間変化の計算結果である。高レイノルズ数の場合には Strouhal 数 S = 1/7 で渦の発生がみられるが，この場合には特に上流で数値的攪乱を与えないと渦の発生はみられない。





ゲートの振動について，従来渦の作用が注目されているが，負の減衰力によるいわゆる自励振動の現象も無視できないと考えられ，計算中である。

1) Griffith : Is fluid mechanics becoming extinct as a branch of science?, App. Mech. Review, vol. 17 no. 8 (1964)

2) 日野 : 振動流中におかれた円柱に働く抗力と円柱まわりの流況，第12回海岸工学講演集 (1965)