II－104　開水路流れにおける拡散過程について（第8報）

京都大学工学部　正員　工博　岩佐義朗
京都大学工学部　正員　工修　今本博健
京都大学大学院　学生員　○井上和也

1．はしがき

一般に，乱流場における拡散現象を解明する方法には，拡散基礎式による方法と，Taylorに始まる統計論的方法とがある。前者の方法においては，拡散係数に関して問題点があり，また，後者の方法においては，等方一様乱流場における場合，Lagrange相関関数の導入によってきわめて有効であるが，非等方性乱流場（せん断乱流場）においては，乱れの統計的特性に関して不明の点が多いため，一様乱流場に対するほど有効でない。

本報告は，拡散物質が，流体の運動に完全に追随するものと仮定し，乱れの生起確率密度を正規分布として，流下距離の小さい間での通過率（濃度×流速）の分布を求め，せん断乱流場における拡散現象の特性を定性的に考察するとともに，希薄な食塩水を用いた拡散実験により，その特性を明らかにしようとするものである。

2．せん断乱流場における拡散現象

簡単のため，2次元的流れを考え，平均流方向にx軸，それに直角にy軸をとり，それぞれの方向における速度変動は，xy-平面に限定されるものとする。いま，流体粒子は$(U+u)$でx方向に運ばれつつ，vのみによってy方向へ移動するとし，移動中に速度が変化しないとする。点源$(0,0)$より出発した粒子のt時間後の位置(x,y)は，この場合，$x=(U+u)t$，$y=vt$で表わされる。したがって，

$$y = vx/(U+u)\ ,\quad \text{または，}\quad \eta = v/(U+u) \qquad (1)$$

となる。ただし，$\eta = y/x$である。

一般に，Uがyとともに増加するとき，$\overline{uv}<0$となるが，このことは，$u>0$のとき$v<0$となり，逆に$u<0$のとき$v>0$となる確率の大きいことを意味する。したがって，一定距離だけ流下するのに要する時間は，$v>0$の場合より$v<0$の場合の方が短かくなり，粒子の分布は，等方性一様乱流場に比べて，yの正の方向へひずむことになる。このことから，せん断乱流場における粒子の分布はつぎのようにして求められる（定常的に点源より粒子が連続して放出される場合は，単位時間，単位面積当りの平均通過量の分布になる）。

uの生起確率密度$f(u)$が正規分布で表わされるとすれば$f(u)$は，

$$f(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{m^2}{2}\right]\ ,\quad \text{ここに，}\quad m=\frac{u}{u'}\ \text{，または，}\ m=\frac{v}{v'} \qquad (2)$$

となる。ただし，$u'=\sqrt{\overline{u^2}}$，$v'=\sqrt{\overline{v^2}}$である。

いま，uが$-mu'$である粒子はすべて$v=-mv'$であると仮定すれば，(1)式は，$\eta = mv'/(U-mu')$となり，ηが，$\eta-\frac{d\eta}{2}$と$\eta+\frac{d\eta}{2}$にある確率$P_s(\eta)d\eta$は，

$$p_s(\eta)\,d\eta = f(m)\,dm = f\left(\frac{mv'}{U-mu'}\right)\frac{Uv'}{(u'\eta+v')^2}\,d\eta = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{Uv'}{(u'\eta+v')^2}\exp\left\{-\frac{U^2\eta^2}{2(u'\eta+v')^2}\right\}d\eta \qquad (3)$$

となる[1]。

上の仮定は，$k=\overline{uv}/u'v'=-1$ と同等であるが，実際には，$k=-0.4\sim-0.6$ であり[2]，shear の影響を大きく見積り過ぎることになる。

これらのことを考慮して，(u, v) の生起確率密度として，つぎの結合確率分布を仮定する．

$$F(u,v)=\frac{1}{2\pi u'v'\sqrt{1-k^2}}\exp\left[-\frac{1}{2(1-k^2)}\left\{\frac{u^2}{u'^2}-2k\frac{uv}{u'v'}+\frac{v^2}{v'^2}\right\}\right] \qquad (4)$$

(1)式で，x を一定としたとき，y が $y-\frac{dy}{2}$ と $y+\frac{dy}{2}$ の間にある確率，すなわち，η が $\eta-\frac{d\eta}{2}$ と $\eta+\frac{d\eta}{2}$ との間にある確率は，図-1の uv-平面で斜線を施した部分に（u，v）のある確率に等しい。したがって，(4)式を仮定する場合，$p_s(\eta)$ はつぎのようになる。

$$p_s(\eta)\,d\eta = \int_{-\infty}^{\infty}du\int_{(U+u)(\eta-\frac{d\eta}{2})}^{(U+u)(\eta+\frac{d\eta}{2})}F(u,v)\,dv \qquad (5)$$

3 実験的検討

図-2は，長さ16m，幅25cmの長方形断面水路で，点源より希薄な食塩水を定常的に注入した場合の濃度測定結果の一例で，点源の位置は側壁から3cm，水面から3cmであり，通過率の y 方向の分布を示したものである。(3)，(5)式を計算するのに，乱れの強さ $\alpha=u'/U$，$\beta=v'/U$，および，k の値が必要であるが，Laufer[2]の管路流における実験結果を参考として，$\alpha=0.06$，$\beta=0.04$，$k=-0.5$ とした。なお(5)式の計算は，電子計算機 KDC II によって行なった。

拡散場がせん断乱流場にあることは，平均流速 U の分布より明らかである。図中，実線は，shear の影響を無視した場合であって，正規分布で表わされる。この図より，せん断乱流場における分布形は $\eta>0$ の方向（U の大きい方）へひずむことがわかる。また，(3)式による場合は，shear の効果が大きくあらわれていることもわかる。いずれにしても，(3)，(5)式により，せん断乱流場における拡散現象の流下距離の小さい領域における特性を定性的に検討することは，十分可能であると考えられる。

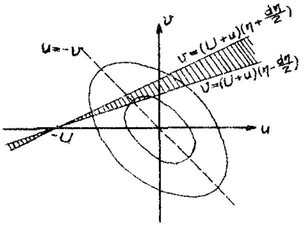

図-1

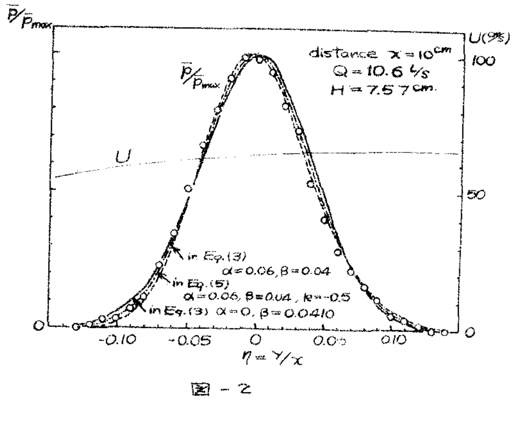

図-2

参考文献

1) 岩佐義朗，今本博健："開水路せん断乱流場における拡散現象について" 第10回水理講演会講演集　昭和41年2月
2) Laufer, J.: "Investigation of Turbulent Flow in a Two-Dimentional Channel", NACA TN 2123, 1950.