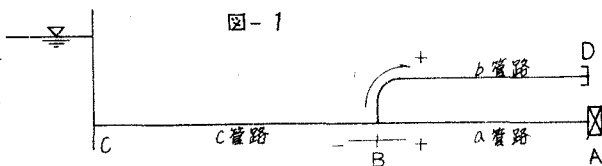


1 まえがき ピュー時または湯水時の発電を目的とする揚水式発電所やポンプ揚水所での問題点の一つとしてポンプ運転時に発生する揚水管路の振動がある。揚水管路の振動はポンプより発生する圧力脈動と管路との共振に起因すると考えられる。

従来の水撃作用による鉄管路の共振についての研究は、主として導水路系のものについてであるが、本報では分岐管路系よりなる揚水管路の揚水ポンプ運転時の水撃作用と管路系の共振について理論計算を行い、実験結果との比較検討を行ったものである。

2. 理論計算 図-1 に示される2本の分岐管路系のA管路およびB管路の末端、A点およびD点にそれぞれポンプが設置され、A点のポンプのみが揚水運転を行っている場合について計算を行う。管路摩擦の影響を無視すると、管路内の圧力および流速はつぎのようになる。



$H(x, t) = H_0 + h(x, t)$, $V(x, t) = V_0 + v(x, t)$ (1)
 ただし、 H および V : 管内圧力水頭と流速、 h および v : ポンプ脈動による圧力、流速の変動成分、 x : 管路に沿った距離（本計算では図-1に示されるように分岐管路の接合点B点を原点にとり）、 t : 時間

運動方程式および連続の方程式は、それぞれつぎのように与えられる。

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -g \frac{\partial H}{\partial x} \quad , \quad \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{g}{a^2} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2)$$

ただし、 a : 水撃波の伝播速度、 g : 重力の加速度。(2)において通常は $V/a \ll 1$ であるから本計算の基本式として、つぎの式を用いる。

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad , \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (3)$$

計算に使用する境界条件はつぎのようである。

$$\left. \begin{aligned} A \text{ 点 } (x = L_a) \quad v_A(t) &= v_0 e^{i\omega t} \quad , \quad D \text{ 点 } (x = L_b) \quad v_D = 0 \\ C \text{ 点 } (x = -L_c) \quad h_c &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\text{また分岐管路接合部B点での連続条件は、} H_{Ba} = H_{Bb} = H_{Bc} \quad , \quad f_a V_{Ba} = f_b V_{Bb} + f_c V_{Bc} \quad (5)$$

ただし、 L : 管路長、 ω : ポンプ脈動の角周波数、 f : 管路の断面積、添字 a, b, c はそれぞれ各管路の諸量、 A, B, C, D は管路上の諸点での諸量を表わす。

今、管路内の圧力および流速変動を、ポンプ脈動と同様に正弦的に変化するとすると

$$h(x, t) = h(x) e^{i\omega t} \quad , \quad v(x, t) = v(x) e^{i\omega t} \quad (6)$$

となり、基本式(3)と境界条件および分岐管接合部の連続条件(4)、(5)より各管路内の圧力お

よび流速はつぎのようになる。

a 管路 ($0 \leq \bar{x}_a \leq \mu_a$)

$$\begin{aligned} h_a(\bar{x}_a, t) &= h_0 \left[\frac{\beta}{\alpha} \cos \omega \mu_b \sin \omega \mu_c \cos \omega (\mu_a - \bar{x}_a) \cos (2\omega \mu_a + \theta + \omega t) + \sin \omega (\mu_a - \bar{x}_a + t) \right] \\ u_a(\bar{x}_a, t) &= -u_0 \left[\frac{\beta}{\alpha} \cos \omega \mu_b \sin \omega \mu_c \sin \omega (\mu_a - \bar{x}_a) \sin \{ \omega (2\mu_a + 2\mu_b - 2\mu_c + t) + \theta \} - \sin \omega (\mu_a - \bar{x}_a + t) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

b 管路 ($0 \leq \bar{x}_b \leq \mu_b$)

$$\begin{aligned} h_b(\bar{x}_b, t) &= \frac{h_0}{\alpha} \sin \omega \mu_c \cos \omega (\mu_b - \bar{x}_b) \cos \omega t \\ u_b(\bar{x}_b, t) &= -\frac{u_0}{\alpha} \sin \omega \mu_c \sin \omega (\mu_b - \bar{x}_b) \sin \omega t \end{aligned} \quad (8)$$

c 管路 ($-\mu_c \leq \bar{x}_c \leq 0$)

$$\begin{aligned} h_c(\bar{x}_c, t) &= \frac{h_0}{\alpha} \cos \omega \mu_b \sin \omega (\mu_c + \bar{x}_c) \cos \omega t \\ u_c(\bar{x}_c, t) &= -\frac{u_0}{\alpha} \cos \omega \mu_b \sin \omega (\mu_c + \bar{x}_c) \sin \omega t \end{aligned} \quad (9)$$

ただし, $\mu = L/a$, $\bar{x} = x/a$, $h_0 = a_0 u_0 / g$, $\lambda_b = (t_b/a_b) / (t_a/a_a)$, $\lambda_c = (t_c/a_c) / (t_a/a_a)$

$$\alpha = \cos \omega \mu_a \cos \omega \mu_b \sin \omega \mu_c \times \{ \tan \omega \mu_a + \lambda_b \tan \omega \mu_b - \lambda_c \cot \omega \mu_c \} \quad (10)$$

$$\beta = \sqrt{1 + (\lambda_b \tan \omega \mu_b - \lambda_c \cot \omega \mu_c)^2}, \quad \theta = \tan^{-1} (\lambda_b \tan \omega \mu_b - \lambda_c \cot \omega \mu_c)$$

以上の計算より揚水管路の共振時のポンプ脈動周波数は(10)より

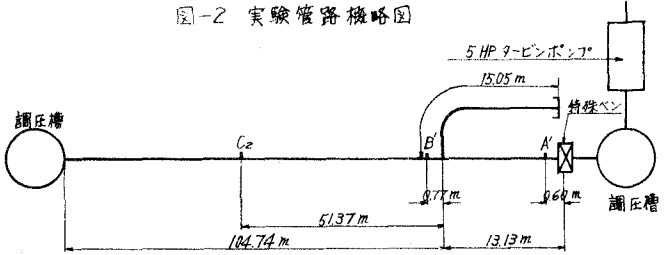
$$\tan \omega \mu_a + \lambda_b \tan \omega \mu_b - \lambda_c \cot \omega \mu_c = 0$$

を満足する ω である。

図-2 実験管路概略図

3 実験結果

実験装置 実験管路は図-2に示されるように、長さ15.05mの分岐管路と有する全長117.87mの3"ガス管路である。9段式ターボポンプで30m



の静圧を管路全体にかけて実験を行うため、管路末端に調圧槽を、また管路始端にモータポンプよりの圧力脈動を吸収する目的で調圧槽を

図-3 実験結果

設けた。実験でのポンプ脈動は5HPの可変モータに接続される8枚の回転羽根よりなり、弁開度が正弦変化するよう設計された特殊弁による。

図-3は実験管路の2測点で計測した管内圧力と圧力脈動の周波数との関係で、揚水流量 $Q = 1.2 \text{ l/s}$ 、この場合の圧力波の伝播速度は $a = 1.270 \text{ m/s}$ であつた。図-3には a 管路の基本周波数、3倍周波数が示してある。A 点での圧力と周波数との関係は理論値とほぼ一致を示しているが、C2 点では圧力変動の大きい部分での不一致が認められる。これは圧力変動の伝播が正確に記録されたわけではないと認められる。

