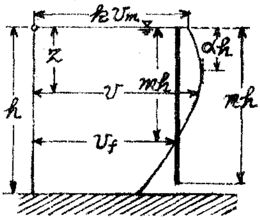
II－37　竿浮子による流量測定に関する研究

中央大学理工学部　正会員　春日屋 伸昌

水中に投下された竿浮子は動水圧を受けて加速され，一定の速度v_fになるとすれば，縦平均流速v_mのv_fに対する比λを浮子の補正係数といい，この間に浮子が流下する距離L_aを漸近流下距離という．

浮子の吃水比（水中の長さの水深hに対する比）をn，垂直流速曲線$v=f(z)$上でv_fに等しい流速を有する点の深さの水深に対する比をmとすれば，動水圧は速度差の２乗に比例するから，浮子の直径dが全長にわたって一様で，浮子が一定の速度v_fに達してのちには次の式が成り立つ．

$$\int_0^{mh}(v-v_f)^2dz=\int_{mh}^{nh}(v_f-v)^2dz \qquad (1)$$



垂直流速曲線の方程式としては筆者の誘導した次の式を用いる．

$$v=(v_m/p)\{pk+2\alpha(z/h)-(z/h)^2\}\ [p=(1-3\alpha)/3(k-1)] \qquad (2)$$

k：表面流速÷平均流速，α：流速が最大の点の深さの水深に対する比

（１）式に（２）式を入れれば［v_fは（２）式のz/hをmとおいた値］，α，nをパラメーターとするmの４次方程式が得られる．ここで，$\alpha=0.2$とおけば（この値はαの度数分布のモード），

$$m=0.076+0.58n\ [0.60\leqq n\leqq 0.95] \qquad (3)$$

が導かれ，（３）式を（２）式に入れ，$\alpha=0.2$，$k=1.1$（kの度数分布のモード）とおいて，λとnとの関係をFrancis型と同じ型にまとめると次の結果が得られる．

$$\lambda=1.053-0.214\sqrt{1-n}\ [0.60\leqq n\leqq 0.95] \qquad (4)$$

漸近流下距離を求めるには，これを２段階に分けて考える．第１段階は浮子の全長にわたって正の動水圧が加わる場合であり，第２段階は浮子の上部に正の動水圧，下部に負の動水圧が加わる場合である．前者に対する流下距離を$L_{a,1}$，後者に対するそれを$L_{a,2}$とする．

第１段階：浮子が投下された点を流下距離xの原点にとり，時間をt，水の単位容積重量をw_0，円柱形浮子の抵抗係数をC_D，重力の加速度をgとすれば，次の運動方程式がたてられる（浮子の重量が浮力に等しいことを考慮すると浮子の全長や浮子の単位容積重量は含まれない）．

$$\frac{\pi d^2 n h w_0}{g}\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{C_D d w_0}{2g}\int_0^{nh}\left(v-\frac{dx}{dt}\right)^2dz \qquad (5)$$

（５）式に（２）式を入れ，初期条件$t=0$，$dx/dt=0$のもとで（５）式を解くと，

$$\frac{dx}{dt}=\frac{A^2v_m}{\sqrt{A^2-B^2}}\frac{1}{\cot Ct+(B/\sqrt{A^2-B^2})} \qquad (6)$$

$A^2\equiv k^2+(1/p^2)\{2\alpha pk-(2/3)(pk-2\alpha^2)n-\alpha n^2+(1/5)n^3\}n$

$B\equiv k+(1/p)\{\alpha-(1/3)n\}n$，$C\equiv C_D\sqrt{A^2-B^2}\,v_m/2\pi d$

なお，$A^2-B^2=(n^2/3p^2)[\{\alpha-(n/2)\}^2+(n^2/60)]>0.$

浮子の速度が深さnhの点の流速v_n［v_nは（２）式のz/hをnとおいて得られる］と等しくなるまでの時間を$T_{a,1}$とすれば，（６）式の左辺をv_nとおき（６）式をtについて解いて，

$$C T_{a,1} = \cot^{-1} \frac{A^2(v_m/v_n) - B}{\sqrt{A^2 - B^2}} \tag{7}$$

さらに，（６）式を積分して初期条件 $t=0$，$x=0$ を考慮すると，

$$\frac{x}{d} = \frac{v_m}{Cd}\left\{BCt - \sqrt{A^2-B^2}\ln\left(\frac{B}{\sqrt{A^2-B^2}}\sin Ct + \cos Ct\right)\right\} \tag{8}$$

したがって，第１段階の流下距離 $L_{a,1}$ は（８）式の t に（７）式の $T_{a,1}$ を入れて，

$$\frac{L_{a,1}}{d} = \frac{2\pi}{C_D}\left\{\frac{B}{\sqrt{A^2-B^2}}\cot^{-1}\frac{A^2(v_m/v_n)-B}{\sqrt{A^2-B^2}} - \ln\frac{A^2(v_m/v_n)-B(A^2-1)}{A\sqrt{A^2(v_m/v_n)^2-2B(v_m/v_n)+1}}\right\} \tag{9}$$

$\alpha=0.2$，$k=1.1$，$C_D=1.2$ とおくとき，n の種々な値に対する $L_{a,1}/d$ の値は右の表のとおりである．

n	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$L_{a,1}/d$	32.55	18.87	13.44	8.74	3.93

第２段階：　浮子の速度が v_n になってから一定の速度 v_m になるまでの間の任意の時刻 t における浮子の速度を v_r とする．v_r は深さ rh の点（$m \leqq r \leqq n$）における流速に等しく，したがって，浮子に働く動水圧は $0 \leqq z < rh$ の範囲で正，$rh < z \leqq nh$ の範囲で負である．そこで，運動方程式は，

$$\frac{\pi d^2 n h w_0}{g}\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{C_D d w_0}{2g}\left\{\int_0^{rh}\left(v-\frac{dx}{dt}\right)^2 dz - \int_{rh}^{nh}\left(\frac{dx}{dt}-v\right)^2 dz\right\} \tag{10}$$

さて，$v_r=(v_m/p)(pk+2\alpha r-r^2)$ であるから，

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv_r}{dt} = \frac{dv_r}{dr}\frac{dr}{dt} = \frac{2v_m}{p}(\alpha-r)\frac{dr}{dt} \tag{11}$$

（１１）式を（１０）式に入れ，$dx/dt=v_r=(v_m/p)(pk+2\alpha r-r^2)$ とおくと，

$$dt = \frac{-(\pi d/C_D v_m)\,60np(r-\alpha)\,dr}{16r^5-5(3n+10\alpha)r^4+20\alpha(3n+2\alpha)r^3+10n(n^2-3\alpha n-6\alpha^2)r^2 - 20\alpha n^2(n-3\alpha)r-(3n^2-15\alpha n+20\alpha^2)n^3} \tag{12}$$

ところで，$dx = v_r dt = (v_m/p)(pk+2\alpha r-r^2)dt$ であるから，この右辺に（１２）式を入れ，x については 0 から $L_{a,2}$ まで，r については n から m まで積分する．すなわち，

$$\frac{L_{a,2}}{d} = \frac{\pi}{C_D}\int_m^n \Phi(r)\,dr \tag{13}$$

$$\Phi(r) = \frac{60n(r-\alpha)(pk+2\alpha r-r^2)}{16r^5-5(3n+10\alpha)r^4+20\alpha(3n+2\alpha)r^3+10n(n^2-3\alpha n-6\alpha^2)r^2 - 20\alpha n^2(n-3\alpha)r-(3n^2-15\alpha n+20\alpha^2)n^3} \tag{14}$$

$\alpha=0.2$，$k=1.1$，$C_D=1.2$ とおくとき，n の種々な値に対する $L_{a,2}/d$ の値を数値積分すると右の表のようになる．求める漸近流下距離 L_a は $L_a=L_{a,1}+L_{a,2}$ より右の表のように求められる．そこで，L_a/d を n のべキ関数で表わすと次のようになる．

n	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$L_{a,2}/d$	288.66	218.16	164.07	125.59	100.66

n	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
L_a/d	321.21	237.03	177.51	134.33	104.59

$$L_a/d = 108.73\,n^{-2.1287} \tag{15}$$

すなわち，漸近流下距離は吃水比が大きいほど短く，吃水比が一定ならば浮子の直径に比例する．