II−14　貯水池堆砂量の推定について

名古屋大学工学部　正員　工博　足立昭平

貯水池の埋没は砂堆の形成，進行の形式で行われ，砂堆の肩が堰地点に達したときを通常満砂状態と稱している。そして，その後の河床上昇は背砂現象として現われ，いわゆる平衡河床を目指して堆積を続ける。しかしながら，平衡河床の実現には無限に近い時刻を要するであろうから，そのような終局の状態を想定して貯水池堆砂量を論議することは実際的でない。本研究は貯水池堆砂量の推定に時間的要素を導入することを意図して，貯水池の堆積過程に関する計算法を検討したものである。この問題については，すでに，岩垣，矢野，芦田，田中等によって手掛けられており，一定流量，一定河床材料を条件とする以下の計算法の骨子は，先覚の諸氏のそれにならったものであるが，諸量のとり扱いに若干の工夫を加え，差分による階差方程式については，図式的な考察を付随せしめて，計算の験証に役立てるよう配慮した。

1．基礎方程式

河床縦断形状の変動に関する一次元的解析は，河床材料および流砂の粒度の変化が省略できれば流砂量式と流水の抵抗則を設定することによって可能となる。ここでは流砂量式として(1)式を，抵抗則として(2)式を設定し，水路は巾広長方形断面を想定して単位巾当りの量をとり扱う。

$$q_B = K u_*^{2m+1},\quad ここに\ u_* = \sqrt{g h i_f} \quad \cdots\cdots (1),\qquad q = \frac{1}{n} h^{5/3} i_f^{1/2} \quad \cdots\cdots (2)$$

原河床 i_0，流入流量 q_0 に対応する等流水深 h_{n0}，および流砂量 q_{B0} を用いて，次のような無次元量を定義する。

$$\left.\begin{array}{l} 水深：h/h_{n0} = H,\quad 河床高：z/h_{n0} = Z,\quad 流下方向の距離：x i_0/h_{n0} = X, \\ 時間：t\, q_{B0}\, i_0/(1-\lambda)\, h_{n0}^2 = T,\quad 摩擦勾配：i_f/i_0 = S,\quad 河床勾配：i/i_0 = I \end{array}\right\} \cdots (3)$$

流量の変動を省略して $q = q_0$ とおくことが許されれば，常用の水面形方程式および河床変動方程式は上に定義した無次元量を用いて，それぞれ(4)および(5)式のように表わされる。

$$\frac{\partial Z}{\partial T} = -\frac{\partial}{\partial X}\left(S^M\right) \quad \cdots\cdots (4),\qquad \frac{\partial}{\partial X}(E + Z) = -S \quad \cdots\cdots (5)$$

$$ここに\quad E = (比エネルギー)/h_{n0} = S^{-3/10} + (\gamma^3/2)\,S^{3/5} \quad \cdots\cdots (6)$$

$$\gamma = h_c/h_{n0},\qquad また\qquad M = 7(2m+1)/20$$

である。なお

$$H = S^{-3/10} \quad \cdots\cdots (7),\qquad \partial Z/\partial X = -I \quad \cdots\cdots (8)$$

の関係があるから，(4)および(5)式は，H と Z，あるいは S と I に関する方程式として書きあらわすこともできる。

X T 平面で X 方向の番号を $i-1,\ i,\ i+1,\ \cdots\cdots$，T 方向のそれを $j,\ j+1,\ \cdots\cdots$ の添字であらわして (4)および(5)式を階差方程式におきかえると，それぞれ

$$Z_{i,j+1} - Z_{i,j} = \frac{\Delta T}{2X} \quad (S_{i+1,j}{}^{M} - S_{i-1,j}{}^{M}), \quad \Delta T = T_{j+1} - T_j, \quad \Delta X = X_{i+1} - X_i = X_i - X_{i-1} \quad \cdots (9)$$

$$E_{i+1,j+1} - E_{i-1,j+1} + Z_{i+1,j+1} - Z_{i-1,j+1} = -2\Delta X\, S_{i,j+1} \quad \cdots\cdots (10)$$

となる。初期条件から出発して，T_j における S の値が既知となれば，(9)式から ΔT 後の T_{j+1} における Z が算出され，ついで(10)式において E が S の関数として(6)式で与えられているから，これを S について解けばよいことになる。高速な計算機を使用すれば，S を求める際の試行計算はさほど難事ではないけれども，E は二つの S の値に対して(6)式を満足する点に注意を要する。いま対象としている河床変動は一方的な堆積現象，すなわち $\partial Z/\partial T > 0$ であると考えられる。したがって，(4)式および(7)式から，$\partial H/\partial X > 0$，すなわち水面形はつねに堰上背水曲線であって，各時点の水深は少なくともその河床勾配に対応する等流水深よりも大きく，河床勾配についていえば，その時点の水深に対応するエネルギー勾配よりも大でなければならない。このことは ΔT, ΔX の差分値のとり方に一つの制約を与えるものと考えられる。

(10)式の解法について，図式的には S の値を固定して $2\Delta X$ を求める方が便利である。初期水面形に対しては，すでに E, S, Z の関係が確立されているから，これを

$$E_{k+1,0} - E_{k-1,0} + Z_{k+1,0} - Z_{k-1,0} = -(X_{k+1} - X_{k-1})\, S_{k,0}$$

とおき，$E_{i+1,j} = E_{k+1,0}$，$E_{i-1,j} = E_{k-1,0}$ であるように選べば，$S_{i,j} \approx S_{k,0}$ と考えられるから，

$$2\Delta X - (X_{k+1} - X_{k-1}) = \{(Z_{i+1,j+1} - Z_{i-1,j+1}) - (Z_{k+1,0} - Z_{k-1,0})\}/S_{k,0}$$

となる。この関係式は $2\Delta X$ と $(Z_{i+1,j+1} - Z_{i-1,j+1})$ との関係を与えるものであり，(9)式で得られる X と Z との関係に重ねることによって T_{j+1} における諸量を決定できる。図式解は，手数においてとうてい高速な計算機に匹敵することはできないけれども，さきに述べた差分値の制約に関する予想を樹てるうえに有用と考えられる。

湛水領域については，S がきわめて小さい値をとるから，(5)および(6)式から $S^{-3/10} + Z = const.$ とおく近似が可能である。この関係を(4)式に代入すれば，運動学的波動方程式の形を導くことができ，図式的特性曲線法によって比較的容易に河床変動の様相を検証できる。

また河道領域については，基礎方程式を S と I についてあらわし，

$$\frac{\partial I}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial X}(S^M) \quad \cdots\cdots (4') \qquad \frac{\partial E}{\partial X} = I - S \quad \cdots\cdots (5')$$

の形で与えると，$I \approx S$ あるいは $I = 1 + I'$，$S = 1 + S'$ といった近似が可能となり，熱伝導方程式の図式解と同じ手法による展開が可能となる。

数値的計算結果の不足のため，これらの計算手順の手数上の損失，差分値の適正値などについて，また決定的結論を得るまでに至っていないが，この種の計算過程を早急に確立して，実際現象に対応する境界条件の設定に努めたいと考えている。