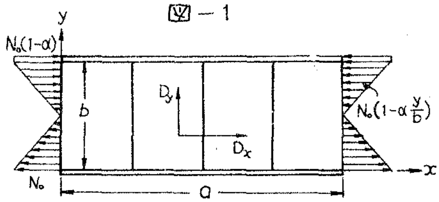
I－150　プレートガーダーの曲げ弾性座屈について

京都大学　工学部　　小西　一郎
京都大学　工　教　○米沢　博
京都大学　工　教　　三上　市蔵

まえがき　プレートガーダー腹板の曲げ弾性座屈に関する研究は非常に広範囲にわたつて行なわれているが，それらのほとんどは腹板を周辺単純支持の矩形板として取り扱つている。示方書の最小腹板厚の規程も周辺単純支持矩形板の曲げ座屈を基礎にして定められているようである。現実の腹板は上下フランジで弾性支持および弾性固定され，さらに補剛されているから，フランジおよび補剛材が健在する限り腹板だけが矩形板として弾性座屈しても，ガーダーの耐荷力に支配的な影響を与えるとは考えられない。補剛された腹板の座屈に関しても相当数の研究が行なわれているが，いずれも周辺単純支持の場合を扱つたもので，フランジの曲げやネジリ抵抗を考慮したものはあまり見当たらないようである。ここでは補剛された腹板を直交異方性矩形板と考え，それがフランジで弾性固定支持された場合の座屈荷重方程式を誘導し，腹板と補剛材を一体とした場合の座屈荷重および圧縮フランジの座屈に及ぼす影響を理論的に考察してみよう。

微分方程式の解　図－1に示すように2辺の長さa，bの直交異方性矩形板が$x=0$，aで単純支持，下フランジの位置で固定，上フランジで弾性支持および弾性固定されて単純曲げを受けた場合を考える。タワミ曲面の微分方程式はつぎのようになる。

図－1



$$D_x\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2H\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+D_y\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=N_0\left(1-\alpha\frac{y}{b}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\qquad(1)$$

上フランジにて弾性支持および弾性固定の境界条件はそれぞれつぎのようになる。

$$B_b\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}=D_y\frac{\partial^3 w}{\partial y^3}+(4C_p+\nu_x D_y)\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial y}+F\frac{N_0(1-\alpha)}{h}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\qquad(2)$$

$$C_b\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial y}=D_y\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\nu_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\qquad(3)$$

式(1)，(2)，(3)においてB_b，C_b，F，hはそれぞれ上フランジの曲げおよびネジリ剛性，断面積および腹板厚で，D_x，D_y，Hその他の記号は一般に使用されている直交異方性板の弾性常数である。これらの弾性常数は直交異方性板としてのヒズミエネルギーと補剛された等方性板としてのヒズミエネルギーを等しくなるように具体的に決定でき，かつこのようにすると好結果が得られる。式(1)の解としてつぎの式を採用する。

$$w=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sin(m\pi x/a)\cdot a_n\,(y/b)^n\qquad(4)$$

座屈荷重方程式　式(4)を式(1)に代入して常数a_n相互間の関係を決定し，境界条件式(2)，(3)および$y=0$で固定の条件から座屈荷重方程式はつぎのようになる。

$$\begin{vmatrix} D_{21} & , & D_{31} \\ D_{22} & , & D_{32} \end{vmatrix}=0\qquad(5)$$

ただし，$D_{21}=M_\theta\lambda_{21}+M_p\lambda_{22}-\lambda_{24}$，$D_{22}=N_y\lambda_{21}-N_b\lambda_{22}-\lambda_{23}$
$D_{31}=M_\theta\lambda_{31}+M_p\lambda_{32}-\lambda_{34}$，$D_{32}=N_y\lambda_{31}-N_b\lambda_{32}-\lambda_{33}$

$$\lambda_{21}=\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n,\quad \lambda_{22}=\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)\,\alpha_n,\quad \lambda_{23}=\sum_{n=1}^{\infty}n(n+1)\,\alpha_n,\quad \lambda_{24}=\sum_{n=1}^{\infty}(n-1)n(n+1)\,\alpha_n$$

$$\alpha_1=1,\ \alpha_2=0,\ \alpha_3=A/12,\ \alpha_4=0,\ \alpha_5=(A^2-B)/360,\cdots\cdots\cdots,\quad \alpha_n=\frac{A\,\alpha_{n-2}}{n(n+1)}-\frac{B\,\alpha_{n-4}+C\,\alpha_{n-5}}{(n-2)(n-1)n(n+1)}$$

$$\lambda_{31}=\sum_{n=1}^{\infty}\beta_n,\quad \lambda_{32}=\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)\,\beta_n,\quad \lambda_{33}=\sum_{n=1}^{\infty}n(n+1)\,\beta_n,\quad \lambda_{34}=\sum_{n=1}^{\infty}(n-1)n(n+1)\,\beta_n$$

$$\beta_1=0,\ \beta_2=1,\ \beta_3=0,\ \beta_4=A/20,\ \beta_5=0,\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots,\quad \beta_n=\frac{A\,\beta_{n-2}}{n(n+1)}-\frac{B\,\beta_{n-4}+C\,\beta_{n-5}}{(n-2)(n-1)n(n+1)}$$

であり，かつM_θ, M_P, N_b, N_ν, A, B, Cなどはつぎのようである。

$$M_b=\frac{B_b}{bD_y}\left(\frac{m\pi b}{a}\right)^4,\quad M_p=\frac{4\,C_p+\nu_x D_y}{D_y}\left(\frac{m\pi b}{a}\right)^2,\quad N_b=\frac{C_b}{bD_y}\left(\frac{m\pi b}{a}\right)^2,\quad N_\nu=0.3\left(\frac{m\pi b}{a}\right)^2,\quad \mu=\frac{N_o b^2}{D_y}\left(\frac{m\pi b}{a}\right)^2,$$

$$M_\theta=M_b+\frac{F}{bh}(1-\alpha)\mu,\quad K=\frac{D_x}{D_y}\left(\frac{m\pi b}{a}\right)^4,\quad A=2\kappa\sqrt{K},\quad B=K+\mu,\quad C=-2\mu,\quad \kappa=H/\sqrt{D_xD_y}\,.$$

数値計算　式(5)を満足するμの値を計算すればよいわけであるが，さしあたつて上フランジのネジリ剛性の影響を調べるため，上フランジのタワミが0の場合を計算した。すなわち式(5)において $D_{21}=\lambda_{21}$,　$D_{31}=\lambda_{31}$,　$D_{22}=N_b\lambda_{22}+\lambda_{23}$, $D_{32}=N_b\lambda_{32}+\lambda_{33}$ の場合を計算すればよい。数値計算にはBurroughs B5500 を使用し，$\alpha=2$とし，$D_x/D_y=0.1\sim0.0005$, $C_b/bD_y=15\sim0.00005$の間で各種の組合せ合計49個の各場合についてa/bと座屈荷重の曲線を求めた。その1例を図-2に示す。図において点線は補剛材の無い場合で，$C_b=\infty$, 0 はそれぞれ上フランジにて固定および単純支持の場合を示し，補剛板としての座屈荷重が腹板だけの場合より相当大きくなり，また上フランジのネジリ剛度が座屈荷重に大きな影響を与えていることがわかる。このような多数の曲線から最小座屈荷重と上フランジのネジリ剛度の関係を求めると図-3のようになる。図からC_b/bD_xが100前後の値になるまではネジリ剛度の影響が著るしく，それ以上ネジリ剛度を大きくしても座屈荷重を高めるのにはあまり有効でないことがわかる。

図-2

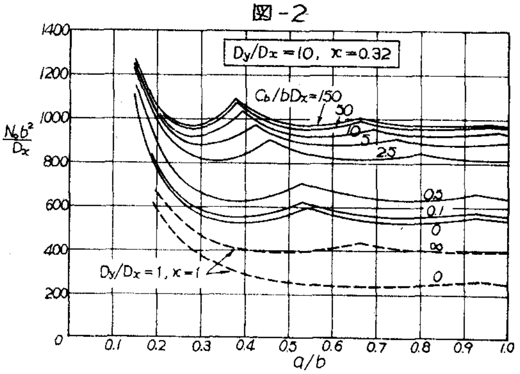
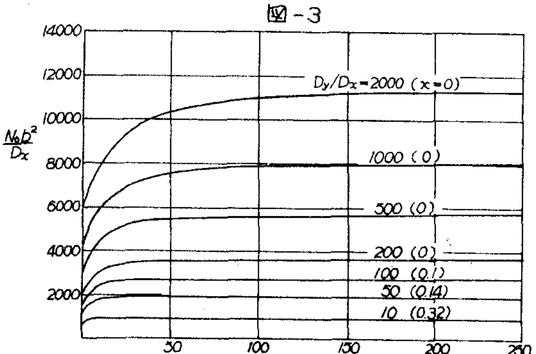


図-3



むすび　プレートガーダーの補剛された腹板に対して圧縮フランジのネジリ剛度を考慮した曲げ座屈荷重を理論的に誘導し，最小座屈荷重を求める図を製作し，補剛材および上フランジのネジリ剛度と座屈荷重との関係を考察した。現在さらにフランジのネジリと曲げ剛度を考慮したより一般的な場合について数値計算を続行中である。

なおこの研究は関西橋梁鉄骨溶接研究会才6部会の分担研究として行なつたものであり，また計算については日本電子計算K.K.より多大の助力を受けたものであることを附記する。