I－145　　動的解析における桁のモデル化に関する研究

京都大学工学部　正員　工博　山田善一
京都大学大学院　学生員　工修　樫尾次郎

§1. まえがき ── 構造物の耐震設計や衝撃の決定を動的に行なう場合などで，力と変形の関係が非線型であれば，構造物を連続体として動的解析を行なうことが非常に困難であるので，普通構造物を剛性とか質量を有限個の点に集中させた *discrete* なモデルにおきかえて解析がなされる場合が多い。本研究は構造物のモデル化の方法によって不合理が生じないか，また分割数 N を増していけば解がどのように収束していくかなどを調べるために行なったもので，図-1に示す2種類の *discrete* モデルを例にとって考察した。

§2. 解析方法 ── 桁の変形は曲げモーメントのみによるものとするとモデルAの運動方程式はつぎのようになる。

$$-\frac{1}{h^2}(M_{r-1}-2M_r+M_{r+1})+m\frac{\partial^2 y_r}{\partial t^2}+c\frac{\partial y_r}{\partial t}-p=0 \qquad (1)$$

ただし M_r, y_r は節点 r における曲げモーメント，たわみで，m, c, p はそれぞれ単位長さ当りの分布質量，粘性ダンピング係数，分布荷重で，簡単のためそれらは一定とし，特に自由振動の場合には $p=0$ にできる。モデルBについても同様の式が成立する。つぎに曲げモーメントと曲率の関係が図-2に示すような履歴曲線を描くものとし，$R=k_1/k_2$(勾配比)と定義する。一般に

$$M_r=f(\textit{history of curvature}) \qquad (2)$$

となるが特に弾性桁の場合には

$$M_r=-EI\frac{1}{h^2}(y_{r-1}-2y_r+y_{r+1}) \qquad (3)$$

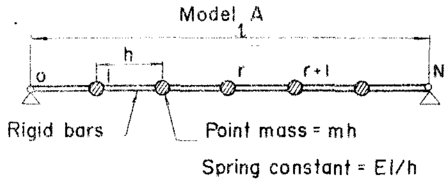
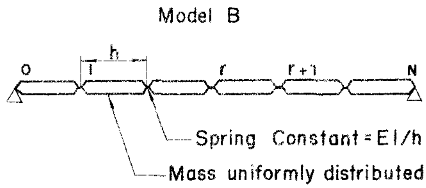


Fig. 1



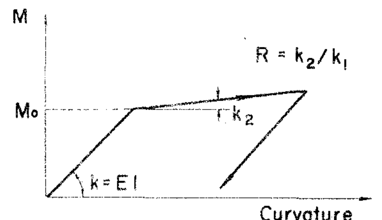


Fig. 2

が成立する。モデルではすべての節点で履歴曲線を描くことができるとし，式(1)，(2)を連立させて逐次数値積分により解をもとめた。数値積分には *Newmark* β 法をもちいた。一方，上の式を差分方程式として解いて連続体の解と比較した。

§3. 数値計算例とその考察 ── 塑性域を生じさせる程度の大きな半正弦波の初速度を与えて自由振動のレスポンスを求めた。

(a)たわみ：図-3，4に最大たわみと分割数の関係を，分割数の逆数を横軸にとって示した。たわみは弾性限の最大たわみ(図-2で曲げモーメントが M_0 に達した時のたわみ)で割って無次元化した。初速度は材料が完全弾性($R=1$)と考えられる場合，弾性限の γ 倍のたわみを生じる大きさにとった。(図では $\gamma=2$ の場合を示しているので，図-3で，たわみ＝2が正解になる)。図で線で結んでいないのは分割数を奇数にとったため中点に節点がない場合である。数値計算例ならびに式の上からつぎのことが明らかにされた。

1). 弾性，弾塑性いずれの場合も分割数Nを増していくと一点に収束していく。弾性の場合には式の上からも容易に解の収束性を証明することができる。弾塑性の場合には塑性域が時間と共に変化するため厳密な証明はできないが，式の上からその傾向を把握することができる。

2). モデルBはモデルAよりたわみに関するかぎりすぐれたモデルである。モデルAでは連続体の場合よりたわみが大きくなり，モデルBではたわみが小さくなる。このことは式を変形して誤差を評価した結果からも確かめられる。

3). 弾性の場合には分割数を8にとればたわみに対して充分な精度の解が得られるが，弾塑性の場合にそれと同じ精度を得るためにはモデルAでは12以上とらなければならない。このことは弾塑性の場合に高次モードの影響が大きくでてくるために，分割数を増さなければ解が収束しないことを示している。したがって弾性の場合でも初期条件に高次モードが入ってくるならば分割数を増す必要がある。実際，式(1),(2)を差分方程式として解いてみるとこのことが明瞭になる。

4). 弾塑性の場合には中点に節点がある場合とない場合で最大値のひらきが大きくなるが，この場合には最大たわみの形が図-5に示すようになることから説明できる。図中，黒丸で示したのが分割数8で白丸が分割数9の場合である。

5). 初速度に半正弦波を入れたので，中点に節点がない場合には，同時に2節点に塑性ヒンジができて，中点に節点がある場合と異なったレスポンスを示すのではないかと考えたが，実際計算を実行してみると，中点に節点がある場合でも隣接の点に塑性域を生じるため，性質の異なったレスポンスは示さなかった。

Rの値を0.1, 0.2, 0.5と変化させて計算してみると，完全弾塑性の場合から弾性の場合に近ずいていくことがわかった。

(b) 曲げモーメント： 曲げモーメントの挙動については詳述しないが，曲げモーメントに関してはモデルBの方がすぐれているとは限らないことがわかった。弾性の場合には初期条件によってはモデルAの方が正解に早く近ずくことを式の上からも示すことができる。また曲げモーメントには高次モードの影響がたわみに与えるそれよりも大きくあらわれている。

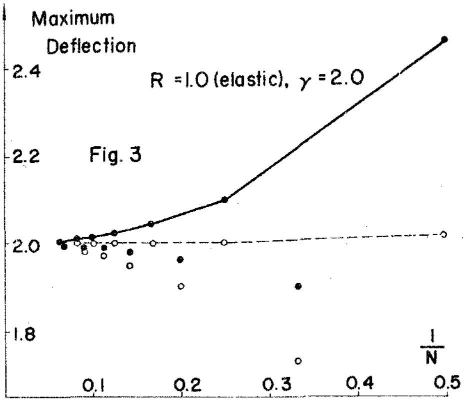


Fig. 3

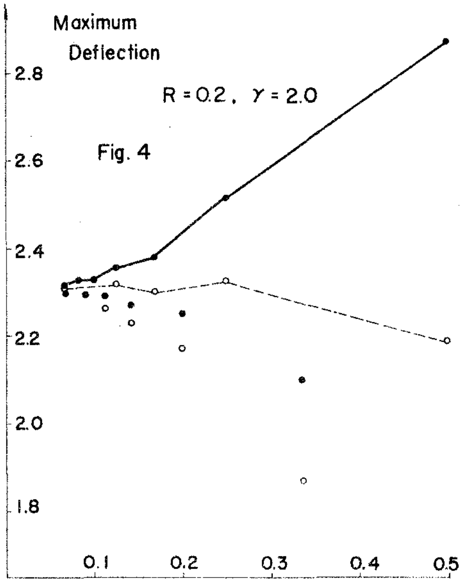


Fig. 4

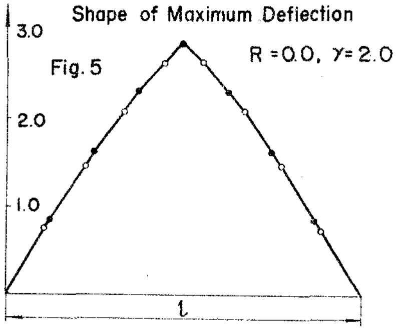


Fig. 5