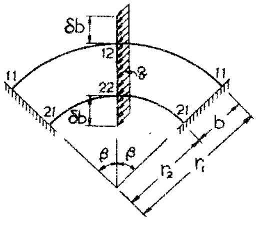
I－134　　曲線格子ゲタの極限解析について

京都大学工教　正員　米沢　博
〃　　正員　〇三上　市蔵

__まえがき__　著者らは，さきに，２本の曲線主ゲタと１本の横ゲタよりなる曲線格子ゲタの外ゲタもしくは内ゲタのスパン中央に集中荷重が作用した場合について，極限荷重を理論的に求め，模型実験を行なつて，極限荷重および崩壊型式とも理論結果とよく一致することを確かめた。* ここでは，同じ方法を用いて，スパン中央に等分布線荷重（L荷重－P）が作用した場合の極限荷重を種々の崩壊型式に対して理論的に誘導し，さらに数値計算を行なつて極限荷重およびその崩壊型式と主ゲタの曲率半径，中心角，内外各主ゲタの全塑性モーメントの比などとの関係を論じた。

__降伏条件式__　格子ゲタ構造の各部材は完全塑性体と仮定し，かつ線構造物として取り扱う。図－１に示すように内外各主ゲタは同心円弧上にあり，その両端で固定されているものとする。セン断力および軸力の影響を無視すると降伏条件式はつぎのようになる。

図－1



$$m^2 + t^2 = 1 \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

ただし，$m = M/M_0$，$t = T/T_0$ で，M_0 および T_0 はそれぞれ全塑性曲げモーメントおよびネジリモーメントであり，断面の形状によって決まる常数 ν を用いると，$T_0 = \nu M_0$ なる関係がある。$\lambda = \nu m/t$ とおくと式(1)より m, t はつぎのようになる。

$$m = \pm\lambda/\sqrt{\lambda^2 + \nu^2} \quad \cdots\cdots (2)$$

$$t = \pm\nu/\sqrt{\lambda^2 + \nu^2} \quad \cdots\cdots (3)$$

__釣合条件式__　図－２において各主ゲタの釣合条件式はつぎのようになる。

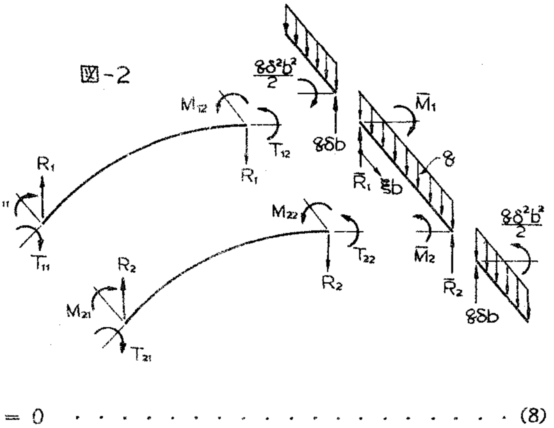
$$m_{11} = m_{12}\cos\beta - (\nu t_{12} + \eta_1)\sin\beta \quad \cdots (4)$$

$$\nu t_{11} = m_{12}\sin\beta + (\nu t_{12} + \eta_1)\cos\beta - \eta_1 \quad \cdots (5)$$

$$m_{21} = m_{22}\cos\beta - (\nu t_{22} + \eta_2)\sin\beta \quad \cdots (6)$$

$$\nu t_{21} = m_{22}\sin\beta + (\nu t_{22} + \eta_2)\cos\beta - \eta_2 \quad \cdots (7)$$

図－2



横ゲタに対してはつぎのようになる。

$$2\rho(\nu t_{12} + i\nu t_{22}) + (\rho - 1)(\eta_1 - i\rho\eta_2) = 0 \quad \cdots\cdots\cdots (8)$$

横ゲタにおいて曲げモーメントが最大となる位置およびその値はつぎのようになる。

$$\xi = [(1+\delta)\eta_1 - \delta i\rho\eta_2]/[\eta_1 + i\rho\eta_2] \quad \cdots\cdots\cdots (9)$$

$$\bar{m}_{max} = \bar{m}_1 + (\rho - 1)[(1+\delta)\eta_1 - \delta i\rho\eta_2]^2/(1+2\delta)\rho j\,[\eta_1 + i\rho\eta_2] \quad \cdots\cdots (10)$$

また横ゲタと主ゲタの格点においてつぎの関係が得られる。

$$\bar{m}_1 = 2\nu t_{12}/j - \delta^2(\rho - 1)(\eta_1 + i\rho\eta_2)/(1+2\delta)\rho j \quad \cdots\cdots\cdots (11)$$

＊　第20回土木学会年次学術講演会（昭40.5），第15回応用力学連合講演会（昭40.9），土木学会関西支部昭和40年度年次学術講演会（昭40.11）

$$\bar{m}_2 = -2i\nu t_{22}/j - \delta^2(\rho-1)(\gamma_1 + i\rho\gamma_2)/(1+2\delta)\rho j \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

ただし，$\rho = r_1/r_2$，$i = M_{20}/M_{10} = T_{20}/T_{10}$，$j = \bar{M}_0/M_{10}$，$\gamma_1 = R_1 r_1/M_{10}$，$\gamma_2 = R_2 r_2/M_{20}$で，内外主ゲタの断面形は相似であるとする。

極限荷重　極限等分布線荷重をg_0として，つぎのようにあらわす。

$$\mu = g_0 r_1^2/M_{10} = 2\rho(\gamma_1 + i\rho\gamma_2)/(1+2\delta)(\rho-1) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

崩壊型式として図－3に示す10種類の型式を仮定し，その極限荷重を誘導するとつぎのようになる。

［型式O］　$\frac{1}{2}g_0\delta^2 b^2 = \bar{M}_0$ となるから

$$\mu = 2\rho^2 j/\delta^2(\rho-1)^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

［型式I］　降伏条件式は $\bar{m}_1 = \bar{m}_2 = -1$，$\bar{m}_{max} = 1$ であるから式(11),(12),(8),(9)より$\xi = 1/2$が得られ，式(10),(13)より極限荷重はつぎのように求まる。

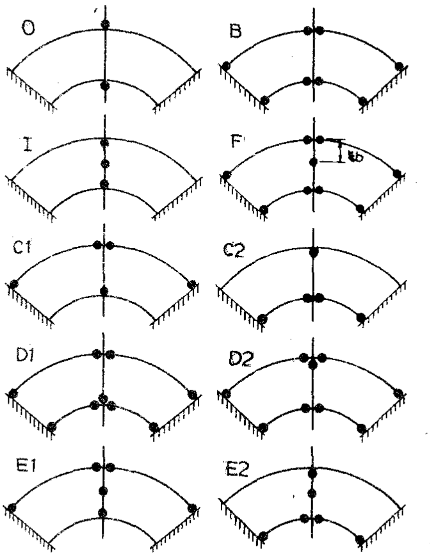
$$\mu = 16\rho^2 j/(\rho-1)^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (15)$$

［型式B］　両主ゲタにおいて降伏条件式(1)が4個，釣合条件式は式(4),(5),(6),(7),(8)の5個，計9個の式が得られるが，未知量は$m_{11}, t_{11}, m_{12}, t_{12}, m_{21}, t_{21}, m_{22}, t_{22}, \gamma_1, \gamma_2$の10個になり，条件式が1個不足する。そこで$\gamma_1$を$\mu$を最大にするように働く独立変数と考えて$\partial\mu/\partial\gamma_1 = 0$とおくと不足した条件式がつぎのように得られる。

$$\lambda_{21} = [\lambda_{11} + (\rho-1)\cot\frac{\beta}{2}]/\rho \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$

以上10個の式よりμを求めることができる。

図－3　崩壊型式



$$\mu = \frac{4\rho^2\cot\frac{\beta}{2}}{(1+2\delta)(\rho^2-1)}\left[\frac{|\lambda'_{11}|}{\sqrt{(\lambda'_{11})^2+(\nu')^2}} + i\frac{|\lambda'_{11}+\rho-1|}{\sqrt{(\lambda'_{11}+\rho-1)^2+(\rho\nu')^2}}\right] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

ただし，$\lambda'_{11} = \lambda_{11}\tan\frac{\beta}{2}$，$\nu' = \nu\tan\frac{\beta}{2}$ で，λ'_{11}はつぎの式より求まる。

$$\lambda'_{11} = (\rho+1)(\nu')^2/(\rho-1) + i[\rho(\lambda'_{11}+\rho-1) + (\rho+1)(\rho\nu')^2/(\rho-1)]\sqrt{\{(\lambda'_{11})^2+(\nu')^2\}/\{(\lambda'_{11}+\rho-1)^2+(\rho\nu')^2\}} \quad \cdots (18)$$

この場合，主ゲタのネジリモーメントの方向によって，B1（$\lambda'_{11}<0$）とB2（$\lambda'_{11}>0$）の2つの場合にわけられる。

その他の崩壊型式についても同様にして極限荷重を求めることができる。

数値計算　数値計算の一例として，von Mises の降伏条件を採用し，箱断面主ゲタ$\nu = 2/\sqrt{3}$，橋軸に沿ったスパンと幅員の比$a = 2$，$\delta = 1/2$，$\beta = 5°$の場合について，内外主ゲタおよび横ゲタの全塑性曲げモーメントを種々変化させた場合の極限荷重と崩壊型式の関係を図－4に示す。

むすび　以上のようにして各崩壊型式に対する極限荷重の理論式を誘導し，種々のi，j，ρ，βなどの値に対し数値計算を行ったがそれらの詳細は講演会において述べる。

図－4