I－131　　ホンベルグ理論による格子構造物のプログラム

法政大学　正員　大地羊三
川田工業　正員　野村国勝

1. まえがき

ホンベルグ格子理論を適用する事により種々の格子構造物（単純格子、連続格子その他）の主桁の曲げモーメント、せん断力、たわみ、および横桁の曲げモーメント、せん断力の各影響線を求めるプログラムを作成したので報告する。

2. 理論式

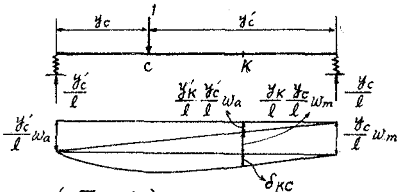
格子点に載荷した荷重がその点のたわみに $\frac{1}{I_{Qi}}$ をかけたものに比例するような荷重群を考え、これを群荷重 $\alpha_{i(n)}$ と名付ける。これは基本系の主桁たわみ影響線行列を $[\delta_{ij}]$ としたとき、

$$\left[\delta_{ij}\right]\left\{\alpha_{j(n)}\right\} = \left[\frac{1}{I_{Qi}}\right]\left\{\alpha_{i(n)}\right\} w_{(n)} \cdots\cdots (1)$$

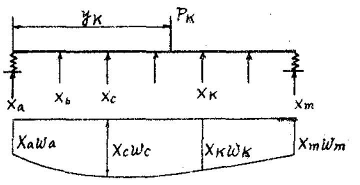
を満足する。但し $w_{(n)}$ はバネ定数である。

(1)式は数学的には、$w_{(n)}$, $\frac{1}{\sqrt{I_{Qi}}}\left\{\alpha_{i(n)}\right\}$ が、夫々 $\sqrt{I_{Qi}}\cdot[\delta_{ij}]\sqrt{I_{Qj}}$ の固有値および固有ベクトルであることを示す。

又次図に示す二系に対してBettiの定理 $\sum \bar{P}\cdot\delta = \sum P\bar{\delta}$ を適用すると、



（図－1）



（図－2）

$$1\cdot X_c\cdot w_c - \frac{y_c'}{l}\cdot X_a\cdot w_a - \frac{y_c}{l}\cdot X_m w_m = -\sum_{K=a}^{m} X_K\left(\delta_{KC} + \frac{y_K' y_c'}{l^2}\cdot w_a + \frac{y_K\cdot y_c}{l^2}\cdot w_m\right) + P\left(\delta_{KC} + w_a\frac{y_K'\cdot y_c'}{l^2} + w_m\frac{y_K\cdot y_c}{l^2}\right)$$

$X_K = B_K$ として整理すると、

$$\sum_{K=b}^{m-1}\left(w_c\Delta_{cK} + w_a\frac{y_K'}{l}\frac{y_c'}{l} + w_m\cdot\frac{y_K}{l}\cdot\frac{y_c}{l} + \delta_{KC}\right)\cdot B_K = P_K\left(w_a\frac{y_K' y_c'}{l^2} + w_m\frac{y_K y_c}{l^2} + \delta_{KC}\right) \cdots (2)$$

$C_K = B_K - P_i\Delta_{iK}$ とおくと、（ここで　Δ_{iK} はクロネッカーデルタ）

$$\sum_{K=b}^{m-1}\left(w_c\cdot\Delta_{cK} + w_a\frac{y_K'}{l}\cdot\frac{y_c'}{l} + w_m\frac{y_K}{l}\cdot\frac{y_c}{l} + \delta_{KC}\right)\cdot C_K = -P_i\Delta_{ci}\cdot w_c \cdots\cdots (3)$$

(1)式より $\{\alpha_{i(n)}\}$, $w_{(n)}$ を求めて、(2), (3)式に代入すれば、格子点反力 B, Cが求まる。

任意点 u に単位荷重が作用した時の格子点反力は弾性方程式より、

$$\left[\delta_{iK}\right]\left\{X_i\right\} = \left\{\delta_{iu}\right\}\cdot P_u \qquad \therefore \left\{X_i\right\} = \left[\delta_{iK}\right]^{-1}\left\{\delta_{iu}\right\} P_u \cdots\cdots (4)$$

(1)式より、$\left[\delta_{iK}\right]\left[\alpha_{in}\right]\left[\hat{w}_n\right]^{-1}\left[\bar{\alpha}_{in}\cdot\frac{1}{I_{Qi}}\cdot\alpha_{in}\right]^{-1}\left[\bar{\alpha}_{in}\right] = \left[E\right] \cdots\cdots (5)$

(5)式より、$[\delta_{ik}]^{-1}=[\alpha_{in}]^{-1}[\bar{\omega}_n]^{-1}[\hat{\mu}_n][\bar{\alpha}_{in}]$ ………………(6)

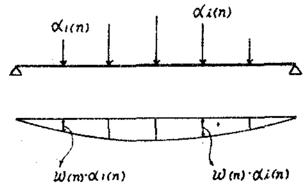
(6)式を、(4)式に代入すると、

$\{X_i\}=[\alpha_{in}][\hat{\omega}_n]^{-1}[\hat{\mu}_n][\bar{\alpha}_{in}]\{\delta_{iu}\}\cdot P_u$ ……(7)

(7)式は $\{X_i\}=[\alpha_{in}][\hat{\mu}_n][\gamma_{nu}]\cdot P_u$ ……(8) と書ける。

但し、$[\hat{\mu}_n]=[\bar{\alpha}_{in}\cdot\frac{1}{I_{Qi}}\alpha_{in}]^{-1}$

$\{\gamma_{nu}\}=[\omega_n]^{-1}[\bar{\alpha}_{kn}]\{\delta_{iu}\}$ とする。



（図－３）

以上より単位荷重を群荷重に分解できたので主桁曲げモーメント影響面は次式より求まる。

$[M^{cw}_{xu}]=[M_{xi}][\alpha_{in}][\hat{\beta}^{cw}_n][\mu_n][\gamma_{nu}]$ ………(9)

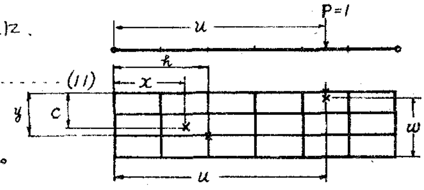
$B^{cw}_n = C^{cw}_n+\Delta^{cw}$ とすると、

$[M^{cw}_{xu}]=[{}_0M_{xu}][\hat{\Delta}^{cw}]+[M_{xi}][\alpha_{in}][\hat{C}^{cw}_n][\hat{\mu}_n][\gamma_{nu}]$ ……(10) となる。

但し、u, w, x, c は図－4の如くである。又、Mのかわりに、S, δ, Kとすれば、主桁せん断力、たわみ、格点力の影響線となる。横桁に関しても同様に、

$[M^{yw}_{hu}]=[\alpha_{hn}][M^{yw}_n][\hat{\mu}_n][\gamma_{nu}]$ ………………(11)

Mのかわりに、S, δとすれば横桁せん断力影響面となる。



（図－４）

3. 計 算 順 序

(1). 基本系のたわみ、曲げ、せん断力等の影響線 $[{}_0\delta_{xu}]$, $[{}_0M_{xu}]$, $[{}_0S_{xu}]$ を求め、Store しておく。

(2) $[{}_0\delta_{xu}]$ を読み、格子点に関する $[\delta_{ij}]$ を作る。

(3) $[\delta_{ij}]$ の固有値 $[\hat{w}_{(n)}]$ と固有ベクトル $[\delta_{i(n)}]$ を作る。

(4) $\mu_{(n)}=1/(\sum_j \alpha^2_{j(n)})$, $[\gamma_{nu}]=[\hat{w}_{(n)}]^{-1}[\bar{\alpha}_{i(n)}][\delta_{iu}]$ の計算（nは1からnまで，uは必要なだけ）

(5) 支点反力 $[C^{cw}_{(n)}]$ を計算し、これにより $[Q^{cw}_{(n)}]$, $[M^{cw}_{(n)}]$, $[\delta^{cw}_{(n)}]$ 等の計算を行う。

(6) $[{}_0\delta_{xu}]$, $[{}_0M_{xu}]$, $[{}_0Q_{xu}]$ 等を読み込み、$[\delta_{xn}]=[{}_0\delta_{xn}][\alpha_{in}]$, $[M_{xn}]=[{}_0M_{xi}][\delta_{in}]$ を計算

(7) 上で計算された値を用いて主桁に関する量 $[\delta^{cw}_{xu}]=[{}_0\delta_{xu}][\hat{\Delta}^{cw}]+[\delta_{xn}][\hat{C}^{cw}_n][\hat{\mu}_n][\gamma_{nu}]$ を計算し、さらにそれにより横桁に関する量 $[M^{yw}_{hu}]=[\alpha_{hn}][\hat{M}^{yw}_n][\hat{\mu}_n][\gamma_{nu}]$ を計算する。

4. あ と が き

以上の方針に基きプログラムを組み、CDCのG－20計算機（メモリー：32K語）で計算させた結果、主桁3本、横桁4本の格子桁で計算時間は、1分以内である。（着目は各主桁中央で載荷は全格子点とした場合。）現在、格子点の数が200程度までの格子構造物の計算を行う事が出来、単純及連続格子桁、ランガー床組格子構造の計算に使用している。