I-118 変形法による曲りトラスの解析について

九州大学 正員 村上 正
山口大学 〃 ○會田 忠義

1) まえがき

従来用いられている直角座標系における変形法により，橋軸の垂直な平面トラスや立体トラスを解くことは，スティフネス・マトリックスの機械的作表法を用いると，割合，容易に行ない得る。しかし，ここで問題としている，トラスの各格点が平面において，ある円弧の上にあるような曲りトラスでは，骨組が完全に，3次元になるため，スティフネス・マトリックスの機械的作表法は，垂直な立体トラスに比べて，はるかに複雑になる。又，スティフネス・マトリックスの電子計算機による作表および逆マトリックスの算出は大容量の計算機を必要とする。

以下に述べる円筒座標系における変形法を曲りトラスに適用すると，各部材応力の表示が簡単になり，各部材ごとに異なるものは，部材の剛比のみで，小型電子計算機による作表および連立方程式の解析が容易になる。それと同時に，静定の曲りトラスの格点変位の計算には好都合となる。

2) 円筒座標系における変形法

今，任意の部材ijを考え，図-1のように，円筒座標系を取る。部材長をl_{ij}とすると，

$$l_{ij}^2=(r_j\cos\varphi_j-r_i\cos\varphi_i)^2+(r_j\sin\varphi_j-r_i\sin\varphi_i)^2+(z_j-z_i)^2 \cdots (1)$$

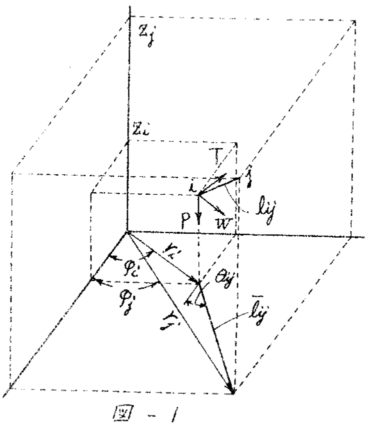


図-1

部材応力により，材長がΔl_{ij}だけ伸び，次のように格点が変位したとすると，

$$r_j\to(r_j+dr_j),\quad \varphi_j\to(\varphi_j+d\varphi_j),\quad z_j\to z_j+w_j$$
$$r_i\to(r_i+dr_i),\quad \varphi_i\to(\varphi_i+d\varphi_i)\quad z_i\to z_i+w_i$$

$$(l_{ij}+\Delta l_{ij})^2=\{(r_j+dr_j)\cos(\varphi_j+d\varphi_j)-(r_i+dr_i)\cos(\varphi_i+d\varphi_i)\}^2+\{(r_j+dr_j)\sin(\varphi_j+d\varphi_j)-(r_i+dr_i)\sin(\varphi_i+d\varphi_i)\}^2+\{(z_j+w_j)-(z_i+w_i)\}^2\cdots (2)$$

部材ijを(r,φ)平面に投影したときの長さを$\bar{l}_{ij}$とし，$dr_j=v_j$，$dr_i=v_i$，$r_jd\varphi_j=u_j$，$r_id\varphi_i=u_i$，
$\beta_{ij}=\bar{l}_{ij}/l_{ij}$，$\gamma_{ij}=(z_j-z_i)/l_{ij}$，　とすると，

$$\Delta l_{ij}=\beta_{ij}\Big[\{v_j\cos(\varphi_j-\theta_{ij})-u_j\sin(\varphi_j-\theta_{ij})\}-\{v_i\cos(\varphi_i-\theta_{ij})-u_i\sin(\varphi_i-\theta_{ij})\}\Big]+\gamma_{ij}(w_j-w_i)\cdots (3)$$

部材ijの部材応力をN_{ij} 基準剛度をA_0/l_0，剛比を$k_{ij}=(A_{ij}/l_{ij})/(A_0/l_0)$，とすると，

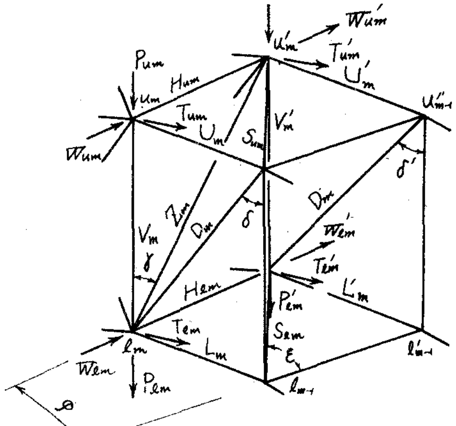
$$N_{ij}=\frac{EA_0}{l_0}k_{ij}\Big[\beta_{ij}\{(v_j\cos(\varphi_j-\theta_{ij})-u_j\sin(\varphi_j-\theta_{ij}))\ (v_i\cos(\varphi_i-\theta_{ij})-u_i\sin(\varphi_i-\theta_{ij}))\}+\gamma_{ij}(w_j-w_i)\Big]\cdots (4)$$

格点に作用する荷重は，すべて，図－1に示すように，鉛直荷重，遠心荷重および接線荷重に分け，格点におけるつりあい条件式は，鉛直方向，遠心方向および接線方向のつりあい，すなわち，

$$\sum P = 0, \qquad \sum W = 0, \qquad \sum T = 0, \qquad \cdots \tag{5}$$

より求めればよい。

3）曲りトラスへの適用，



図－2

曲りトラスへ，これを適用する場合，曲りトラスの曲率の中心に，円筒座標の原点を置き，曲りトラスの一端を $\varphi = 0$ の線上にあわせる。（図－3）

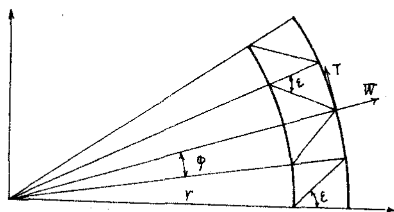
図－2の曲りトラスの各部材応力は式(4)より求められるが，式中の $(\varphi_j' - \theta_{ij})$ および $(\varphi_i - \theta_{ij})$ は，内および外側主トラスの上下弦材および斜材ともに，同一値でかつ一定値となり，又対傾構材についても同様である。

$$L_m = \frac{EA_0}{l_0} k_m^l \left\{ (V_m^l + V_{m-1}^l)\sin\tfrac{1}{2}\varphi + (U_m^l - U_{m-1}^l)\cos\tfrac{1}{2}\varphi \right\},$$

$$U_m = \frac{EA_0}{l_0} k_m^u \left\{ (V_m^u + V_{m-1}^u)\sin\tfrac{1}{2}\varphi + (U_m^u - U_{m-1}^u)\cos\tfrac{1}{2}\varphi \right\},$$

$$D_m = \frac{EA_0}{l_0} k_m^d \left\{ \sin\delta \left((V_m^l + V_{m-1}^u)\sin\tfrac{1}{2}\varphi + (U_m^l - U_{m-1}^u)\cos\tfrac{1}{2} \right) - \cos\delta (W_m^l - W_{m-1}^u) \right\},$$

$$V_m = \frac{EA_0}{l_0} k_m^v (W_m^u - W_m^l), \qquad \cdots \tag{6}$$



図－3

外側主トラスの各部材応力は式(6)の部材応力，剛比および格点変位の各記号にダッシュをつけた式となる。その他の材についても同様で次の通りである。

$$H_{um} = \frac{EA_0}{l_0} k_m^{h'} (V_m^{u'} - V_m^u), \quad H_{em} = \frac{EA_0}{l_0} k_m^h (V_m^{l'} - V_m^l), \quad Z_m = \frac{EA_0}{l_0} k_m^z \left\{ \sin\gamma (V_m^{u'} - V_m^l) + \cos\gamma (W_m^{u'} - W_m^l) \right\}, \cdots \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned} S_{um} &= \frac{EA_0}{l_0} k_m^{s'} \left\{ V_m^{u'} \cos(\varepsilon - \varphi) + U_m^{u'} \sin(\varepsilon - \varphi) - V_{m-1}^u \cos\varepsilon - V_{m-1}^u \sin\varepsilon \right\}, \\ S_{em} &= \frac{EA_0}{l_0} k_m^s \left\{ V_m^{l'} \cos(\varepsilon - \varphi) + U_m^{l'} \sin(\varepsilon - \varphi) - V_{m-1}^l \cos\varepsilon - U_{m-1}^l \sin\varepsilon \right\}, \end{aligned}\right\} \cdots\cdots \tag{8}$$

これらの各式を格点のつりあい式 U_m 点においては，

$$\left.\begin{aligned} &\sum P = 0, && V_m + D_{m+1}\cos\delta = -P_{um}, \\ &\sum W = 0, && H_{um} + S_{um+1}\cos\varepsilon - (U_{m+1} + U_m + D_{m+1}\sin\delta')\sin\tfrac{1}{2}\varphi = -W_{um}, \\ &\sum T = 0, && (U_{m+1} - U_m + D_{m+1}\sin\delta')\cos\tfrac{1}{2}\varphi + S_{um}\sin\varepsilon = T_{um}, \end{aligned}\right\} \cdots\cdots \tag{9}$$

に代入し，格点変位を未知量とする連立方程式の係数を，一般式で求める。これを用いて，電子計算機により作表し，連立方程式を解く；ここで読み込みデータは，上記より明らかなように，φ，ε，δ，δ'，γ の部材軸と座標軸とのなす角と，各部材の断面積と材長のみである。又，図－2の骨組みにおいて S_{um} または S_{em} 材を取り除いた静定曲りトラスの格点変位を計算する際，部材応力表示が簡単であるため，変位が既知である格点より，他の格点の未知変位を連立方程式により逐次求めて行く手順が簡単になる。